Számítási módszerek bizonytalan nemlineáris rendszerek analíziséhez

Ph.D. disszertáció tézisei

Polcz Péter

Témavezető:
Dr. Gábor Szederkényi, D.Sc.

Pázmány Péter Katolikus Egyetem
Információs Technológiai és Bionikai Kar
Roska Tamás Műszaki és Természettudományi Doktori Iskola

2019

1. Bevezetés

A dinamikus modellek lehetővé teszik, hogy a világban zajló fizikai, biológiai, társadalmi, stb. folyamatokat megértsük és megfelelő feltételek mellett hatékonyan befolyásoljuk (irányítsuk). Azonban a gyakorlatban többnyire bizonytalan modelljeink vannak, amelyek analízise és szabályozása leggyakrabban kihívást jelentő feladat. Ugyanakkor a számítástechnika és a komplex számítási módszerek fejlődésének, valamint az új elméleti eredményeknek köszönhetően új lehetőségek nyílnak a bizonytalan rendszerek kezelésére

Doktori disszertációmban hatékony számítási eljárásokat mutatok be bizonytalan nemlineáris dinamikus rendszerek stabilitásvizsgálatára, performanciabecslérésre és passziváló kimenetválasztására. Látszólag a három fogalom különböző mérnöki problémákhoz társítható, úgy mint: Ljapunov-stabilitás, bemenet-kimeneti viselkedés, dinamikus invertálhatóság. Ennek ellenére a felsorolt három rendszertulajdonság egy általánosabb fogalom, a disszipativitás egy-egy speciális típusával jellemezhető. Ennek köszönhetően egy közös matematikai apparátus segítségével mindhárom mérnöki feladat leírható. A doktori tézisekhez kapcsolódó eredményeim a következő problémákra nyújtanak új számítási megoldásokat:

I. Vonzási tartomány becslése. Egy dinamikus autonóm rendszer vizsgálata során igen hasznos információt nyújt a lokálisan aszimptotikusan stabil egyensúlyi pontokhoz tartozó vonzási tartományt alkotó halmaz ismerete, vagy annak legalább egy becslése. Dinamikus rendszerek stabilitásvizsgálatát leggyakrabban Ljapunov-függvények segítségével tesszük, ugyanis egy Ljapunov-függvény szinthalmaza meghatároz egy stabilitási tartományt. Ezért a Ljapunov-függvények algoritmikus előállítása igen népszerű kutatási feladat a szakirodalomban. Kutatómunkám során először Trofino és Dezuo [19] által elért eredmények inspiráltak. A szerzők a Finsler-lemma és az affin annihilátorok segítségével egy politópikus megoldást javasoltak nemlineáris racionális bizonytalan rendszerek vonzási tartományának becslésére.

II. Indukált $\mathcal{L}_2$ operátornorma becslés. Számos irányítási feladat esetén természetesnek vélt feltételezés, hogy a bemeneti jelek véges energiájúak (vagyis a bemeneti jelek $\mathcal{L}_2$ normája véges). Ilyen feltételezések mellett matematikailag is értelmezhető egy (akár bizonytalan nemlineáris) rendszeroperátor indukált $\mathcal{L}_2$ normája. Az operátornorma ismeretében becslést tudunk adni a bemeneten történő adott energiájú zavaró jel hatására a kimeneten. Minél nagyobb a zavarás csillapítása a kimeneten, annál robosztusabb viselkedést tanúsít a rendszer. Napjainkban az $\mathcal{L}_2$ erősítésen alapuló robosztus irányítási és szűrési módszereknek hatalmas az irodalma (lásd pl. [20–24]) és számos alkalmazásuk ismert lineáris és nemlineáris rendszerek esetén egyaránt. Doktori téziseimhez legközelebb álló eredményt Coutinho és tsai. [24] publikálták, akik egy Finsler-lemmán alapuló politópikus eljárást javasoltak bizonytalan nemlineáris rendszerek nominális $\mathcal{L}_2$ performanciájának felső becslésére és robosztus irányítására.

III. Passzivitásvizsgálat, passziváló kimenetválasztás. Byrnes és tsai. [25] nagy horderejű cikkükben a passzív dinamikus rendszerek igen kedvező tulajdonságait igazolják, ezzel felismerve a passzivitás kulcsfontosságát a nemlineáris rendszerelméletben. Egy visszacsatolással passziválható (feltehetően nemlineáris) rendszer stabil zéró-dinamikával rendelkezik (vagyis gyengén minimum fázisú) és relatív foka 1 (azaz a bemenet hatása a kimenet első deriváltjában közvetlenül megjelenik). Tudvalevő, hogy egy minimum fázisú rendszerhez felírható egy stabil inverzdinamika, továbbá az 1-es relatív foknak köszönhetően a kimenet és ennek első deriváltja segítségével asszimptotikusan kiszámítható az eredeti rendszerre adott bemeneti jel. A stabil inverzdinamika segítségével tehát rekonstruálható egy esetleges ismeretlen bemeneti hibajel (pl. terhelés, környezeti zavarjel, perburbancia). Az $\mathcal{L}_2$ performanciához köthető elméleti és számítási eredményekkel ellentétben a passzivitás egy kevésbé kutatott téma a lineáris paraméterben változó (LPV) rendszerosztály körében.

Disszipativitás. Egy dinamikus rendszer disszipativitása egy általános rendszertulajdonság, melynek fizikai értelmezése függ attól, hogy a szóban forgó rendszert milyen betáplálási függvény mellett tekintjük disszipatívnak. A Ljapunov-stabilitás, passzivitás és a véges $\mathcal{L}_2$-erősítés mind szoros kapcsolatban állnak a disszipativitással különböző betáplálási függvényeket tekintve [21]. Ezért a disszipativitási egyenlőtlenség ellenőrzésével mindhárom rendszertulajdonság vizsgálható. A disszipativitási egyenlőtlenség azonban egy általános nemlineáris (esetleg bizonytalan) rendszeregyenletre felírva legtöbbször végtelen sok összefüggés ellenőrzését igényelné, így a probléma az eredeti formájában nem megoldható egy konvex számítási környezetben. A szakirodalomban viszont számos relaxációs módszer létezik ezen tipikusan nem konvex feladatok megoldására. A rácspontokon alapuló módszer [20] csak egy közelítő megoldását adja az eredeti nemlineáris feladatnak. Vannak azonban olyan egzakt relaxációs eljárások is melyek többnyire konzervatív megoldást adnak ugyan, de a kapott megoldás garantáltan kielégíti az eredeti nemlineáris feltételeket.

Stengle pozitív lókusz tételén (Positivstellensatz) és a négyzetek összegén (SOS) alapuló módszertan egyike azon relaxációs eljárásoknak, melyek segítségével polinomiális vagy racionális nemlineáris modellek egyensúlyi pontjának vonzási tartományát becsülhetjük [26]. Polinomiális rendszerek $\mathcal{L}_2$ performanciabecslésére és nemlineáris szabályozó tervezésére Papachristodoulou [22] is javasolt egy SOS módszeren alapuló számítási eljárást. Az SOS módszertan bár ígéretes eredményeket mutatott fel (lásd pl. [26]), a módszer számításigénye igen nagy, a megoldandó Positivstellensatz feltételek pedig gyakran bilineárisak, melyeknek megoldása iteratív eljárást igényel.

Az LPV-irodalom egy népszerű mégis igen komplex és általános módszere az ú.n. „IQC-megközelítés”, mely bonyolult nemlineáris, bizonytalan, vagy paraméterben változó dinamikus rendszerek analízisét [27], robosztus irányítását [23] és szűrőtervezését teszi lehetővé. Az IQC-megközelítés frekvenciatartományban és integrál alakban adott kvadratikus egyenlőtlenségekhez[1] (IQC-khez) fogalmaz meg ekvivalens mátrixegyenlőtlenségeket a Kalman-Yakubovich-Popov-lemma és a lineáris törttranszformáció[2] (LFT) segítségével. A kapott lineáris mátrixegyenlőtlenség (LMI) feltételek rendszerint nem affin módon paraméterfüggőek, ezért ezek konzervatív megoldását gyakran D-G skálázással keresik [27].

Motivációk és célok. A rácspontokon alapuló közelítő módszer, az IQC-megközelítés és az SOS-módszer, mind egy-egy relaxációs technika nemlineárisan paraméterfüggő LMI (PD-LMI) feladatok megoldására. Trofino és Dezuo [19] bemutatta, hogy ezen módszerek mellett a Finsler-lemmán alapuló és affin annihilátorokat alkalmazó politópikus eljárás is ígéretes relaxációs alternatíva racionális PD-LMI-k megoldására.

A bizonytalan nemlineáris rendszerek analízisére javasolt jelenlegi Ljapunov-alapú módszerek azonban továbbfejleszthetők a konzervativitás, a számításigény és az automatikus végrehajtás tekintetében:

1. Lényeges, hogy a megoldandó Ljapunov-típusú konvex feltételeket szisztematikus eljárások segítségével fogalmazzuk majd oldjuk meg.

2. Fontos, hogy a Ljapunov- ill. tárolófüggvény jelöltet megfelelő módon parametrizáljuk, hogy ezáltal csökkentsük a megoldás

[1] integral quadratic constraints (IQC)
[2] linear fractional transformation (LFT)

konzervativitását, de a számítási feladat bonyolultságát se növeljük szükségtelenül.

3. Elengedhetetlen, hogy a probléma konvex számítási környezetben megoldható legyen.

2. Alapfogalmak

Tekintsük a következő kvázi-LPV formában adott nemlineáris paraméterben változó rendszert:

$$\Sigma : \begin{cases} \dot{x} = A(x,p)x + B(x,p)u, \text{ ahol } x(0) \in \mathcal{X}, \\ y = C(x,p)x + D(x,p)u, \end{cases} \tag{1}$$

ahol $A(x,p)$, $B(x,p)$, $C(x,p)$, $D(x,p)$ rendszermátrixok az állapot és a paraméter jól definiált racionális függvényei. A Σ dinamikában szereplő jelek a következők:

$x(t) \in \mathbb{R}^{n_x}$ állapotvektor, melynek kezdeti értéke $x(0) \in \mathcal{X}$, ahol $\mathcal{X}$ az állapottér egy kompakt politópja.

$u(t) \in \mathbb{R}^{n_u}$ bemeneti- vagy zavarjel.

$y(t) \in \mathbb{R}^{n_y}$ kimeneti- vagy performanciajel.

$p(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$ egy időben változó paraméter, melynek függvényében változik a rendszer viselkedése is (pl. hőmérséklet, külső zavarás, de lehet akár modellhiba is). Feltételezzük, hogy $p(t)$ koordinátánként folytonosan differenciálható, korlátos és korlátos meredekségű függvény, vagyis $p(t) \in \mathcal{P}$ és $\dot{p}(t) \in \mathcal{R}$ minden $t \geq 0$, ahol $\mathcal{P}$ és $\mathcal{R}$ az $\mathbb{R}^{n_p}$ paramétertér egy-egy kompakt politópja. Továbbá, a paraméter értékét minden időpillanatban ismertnek tekintjük.

A következőkben a lokális disszipativitás fogalmát definiáljuk és ennek legfontosabb következményeit jellemezzük [28].

1. Definíció (**disszipativitás**). *Legyenek $\alpha, \underline{\alpha}, \overline{\alpha} : \mathbb{R} \to [0, \infty)$ $\mathcal{K}$-osztályú függvények (nemnegatív, növekvő és $\alpha(0) = \underline{\alpha}(0) = \overline{\alpha}(0) = 0$). Továbbá jelölje $\mathfrak{U}$ a lehetséges bemenő jelek függvényterét. Ekkor, Σ rendszer $u \in \mathfrak{U}$ bemenő jelek esetén $s(u, y)$ betáplálási függvényre nézve lokálisan szigorúan disszipatív, ha létezik egy $V(x, p)$ tárolófüggvény* *mely teljesíti a következő Ljapunov-típusú egyenlőtlenségeket:*

$$\underline{\alpha}(\|x\|) \leq V(x,p) \leq \overline{\alpha}(\|x\|), \qquad \forall (x,p) \in \mathcal{X} \times \mathcal{P}, \tag{2a}$$
$$\tfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} V(x,p) \leq -\alpha(\|x\|) + s(u,y), \qquad \forall (x,p,\dot{p}) \in \mathcal{X} \times \mathcal{P} \times \mathcal{R}, \tag{2b}$$

és minden $u \in \mathbb{R}^{n_u}$, továbbá, a rendszer állapottrajektóriája $\mathcal{X}$-en belül marad minden $u \in \mathfrak{U}$ lehetséges bemenő jel esetén. Σ rendszer lokálisan disszipatív, ha $\alpha \equiv 0$ esetén a (2)-ben felírt egyenlőtlenségek teljesülnek. ◇

2. Definíció (**passzivitás**)**.** *Σ szigorúan passzív, ha $s(u,y) = 2u^\top y$ függvényre nézve szigorúan disszipatív.* ◇

3. Tétel (**lokális asszimptotikus stabilitás**)**.** *Σ rendszer $x^* = 0$ egyensúlyi pontja lokálisan asszimptotikusan stabil, ha $u = 0$ esetén Σ lokálisan szigorúan disszipatív $s(u,y) = 0$ betáplálási függvényre nézve.* ◇

4. Tétel (**$\mathcal{L}_2$ erősítés**)**.** *Σ rendszeroperátor indukált $\mathcal{L}_2$ normája véges és $\|\Sigma\| \leq \gamma$, ha Σ disszipatív $s(u,y) = \gamma^2\|u\|^2 - \|y\|^2$ betáplálási függvényre nézve.* ◇

Következésképpen, a lokális stabilitás, a passzivitás és a performancia vizsgálata során egy olyan $V(x,p)$ tárolófüggvényt kell keresnünk, mely kielégíti a (2)-ben szereplő disszipativitási egyenlőtlenségeket a megfelelő betáplálási függvény mellett.

2.1. Problémafelvetés

Annak érdekében, hogy Σ lokális disszipativitását igazoljuk, keresünk egy tárolófüggvényt a következő általános kvadratikus alakban:

$$\begin{aligned} &V(x,p) = x^\top \mathbf{Q}(x,p)x, \text{ melyre } \mathbf{Q}(x,p) = \Pi^\top(x,p)Q(p)\Pi(x,p), \\ &\text{úgy, hogy } \mathbf{Q}(x,p) \succ 0 \text{ minden } (x,p) \in \mathcal{X} \times \mathcal{P}, \end{aligned} \tag{3}$$

ahol $Q(p) = Q_0 + \sum_{i=1}^{n_p} Q_i p_i \in \mathbb{R}^{m\times m}$ egy szimmetrikus paraméterekben affin mátrix, Q_i-k szimmetrikus mátrix értékű szabad döntési változók, $\Pi = \Pi(x,p) \in \mathbb{R}^{m\times n_x}$ egy rögzített mátrix (ú.n. „generátor”), mely az állapot- és a paraméterváltozók racionális függvénye. Az „$\succ 0$” reláció a (3) összefüggésben a bal oldal pozitív szemidefinitségét jelöli.

A (3) összefüggés egy x és p-től, mint általános paraméterektől nemlineáris (racionális) módon függő a szabad döntési változóktól pedig lineárisan függő mátrixegyenlőtlenség. Vagyis (3) egy racionális (nem konvex) PD-LMI. Megmutatható, hogy a disszipativitási egyenlőtlenség (2b) is felírható $V(x,p)$-hez hasonlóan egy általános kvadratikus alakba.

A (3) nem konvex egyenlőtlenség egy (esetleg konzervatív) megoldásának megtalálása érdekében egy elégséges politópikus (x és p-ben affin) PD-LMI-t írhatunk fel a következőképpen:

$$Q(p) + LN(x,p) + N^\top(x,p)L^\top \succ 0, \; \forall (x,p) \in \mathcal{X} \times \mathcal{P}, \tag{4}$$

ahol $N(x,p)$ a $\Pi(x,p)$ generátor egy affin annihilátora, vagyis

$$N(x,p)\Pi(x,p) = 0, \; \forall (x,p) \in \mathcal{X} \times \mathcal{P}, \tag{5}$$

L mátrix pedig egy szabad döntési változó. Trofino és Dezuo [19] megmutatták, hogy egy megfelelően megválasztott $N(x,p)$ annihilátor csökkenteni tudja tárolófüggvény pozitivitásához elégséges (4) feltétel konzervativitását.

A matematikai modell felállítása során tehát három fontos mérnöki döntést kell meghoznunk, melyek egyaránt befolyásolják a módszer hatékonyságát és megoldás pontosságát:

1. $\Pi(x,p)$ generátor előzetes megválasztásával rögzítenünk kell a tárolófüggvény struktúráját.

2. Adott $\Pi(x,p)$ generátorhoz konstruálnunk kell egy megfelelő $N(x,p)$ affin annihilátort.

3. A lokális disszipativitásvizsgálathoz meg kell választanunk az állapottér vizsgálandó politópikus részhalmazát, $\mathcal{X}$-et.

3. Új tudományos eredmények

A disszertációban nagy hangsúlyt fektettem a szisztematikus számítási módszerek kidolgozására, melyek segítségével nemlineáris problémákhoz tartozó PD-LMI feladatokat oldok meg. A javasolt numerikus módszereket dinamikus rendszerek stabilitásvizsgálatára, performanciabecslésére és passziváló kimenetválasztására használtam.

Doktori disszertációm tézisei következők.

I. A lineáris törttranszformáció (LFT) és a Finsler-lemma segítségével egy hatékony számítási módszert javasoltam racionálisan paraméterfüggő mátrixegyenletek és egyenlőtlenségek felírására és megoldására. A paraméterfüggő feltételek affin függvényei a szabad döntési változóknak és racionális függvényei a paramétereknek. A racionálisan paraméterfüggő egyenlőtlenség vagy egyenlőség egy lehetséges (általában) konzervatív megoldásának kiszámítására egy elégséges lineáris mátrix-egyenlőtlenséget (LMI) illetve egyenlőséget (LME) fogalmaztam meg.

A) Szimbolikus és numerikus eljárásokat javasoltam egy ún. generátor paraméterfüggetlen magterének kiszámítására. A generátor a paraméterek egy jól definiált racionális mátrix-értékő függvénye. Az algoritmus figyelembe veszi, ha a paraméterértékek a paramétertér egy alterére korlátozódnak [P1].

B) A felírt elégséges politópikus LMI feltételek konzervativitásának csökkentése érdekében bevezettem a maximális affin annihilátor fogalmát. Igazoltam a maximális annihilátor (nem egyértelmű) létezését egy adott generátorra nézve. Bizonyítottam, hogy a maximális annihilátor biztosítja a legnagyobb szabadsági fokot a nem konvex egyenlőtlenségre felírt elégséges LMI feltétel megoldása során. A konstans magtér számításának módszerével numerikus eljárást javasoltam egy tetszőleges racionális mátrix egy lehetséges maximális annihilátorának kiszámítására. [P1; P3].

C) Az elégséges LMI feltételek dimenziójának csökkentése érdekében bevezettem a minimális generátor fogalmát. Az eredeti LMI feltétel megoldáshalmazának csökkentése nélkül egy vetítési transzformációval elérhető legkisebb dimenziójú LMI feltételt határozza meg algebrailag a minimális generátor [P1].

D) Egy minimális generátor és az ennek megfelelő LMI dimenziócsökkentő transzformáció kiszámítására egy számítási eljárást adtam a paraméterfüggetlen magtér számítás segítségével. [P1; P2; P4]

Kapcsolódó publikációk: [P3; P2; P1; P4].

II. Szisztematikus eljárást terveztem bizonytalan racionális rendszerek vonzási tartományának becslésére.

A) A Ljapunov-függvény racionális kifejezéseket tartalmazó kvadratikus struktúrájának megválasztására egy minimális generátort alkalmaztam, melyet a dinamikus egyenlet lineáris tört-reprezentációjából határoztam meg. Megmutattam, hogy a minimális generátor választáson alapuló LMI transzformáció szignifikánsan kisebb dimenziójú LMI feladatot eredményez a szakirodalom egyéb Finsler-lemmán vagy SOS-módszeren alapuló eljárásaihoz képest [P3].

B) A számítási eljárást kiterjesztettem diszkrét idejű rendszerek vonzási tartományának becslésére is [P2].

Related publications: [P2; P3; P4; P5; P6; P8; P13; P16].

III. Indukált $\mathcal{L}_2$-erősítésen és passzivitáson alapuló új számítási módszereket vezettem be LPV és kvázi-LPV rendszerekhez.

A) Új módszert javasoltam a nemlineáris racionális bizonytalan rendszerek indukált $\mathcal{L}_2$ normájának felső becslésére [P1]. Numerikus példák segítségével kimutattam, hogy a javasolt módszer szigorúbb felső korlátot tud biztosítani az indukált $\mathcal{L}_2$-normára, mint a deszkriptor modelekken (Masubuchi és Suzuki, 2008) vagy az IQC megközelítésen alapuló módszerek (Köroğlu és Scherer, 2008; Scherer és társai, 2008; Pfifer és Seiler, 2016), illetve Coutinho és társai (2008) nemlineáris modellekre javasolt módszere.

B) Igazoltam, hogy minden olyan LPV modell, mely visszacsatolás-ekvivalens egy (szigorúan) passzív LPV rendszerrel, 1-es relatív fokkal és (aszimptotikusan) stabil zéró dinamikával rendelkezik. Továbbá egy LFT alapú numerikus eljárást javasoltam egy paraméterfüggő állapottranszformáció kiszámítására, mely a rendszert egy bizonyos Byrnes-Isidori-típusú normál formára hozza mely a rendszer dinamikus inverziója során előnyös [P7].

C) Egy LMI/LME feltételrendszert fogalmaztam meg annak eldöntésére, hogy egy racionális LPV rendszer passzív-e vagy visszacsatolás-ekvivalens-e egy szigorúan passzív LPV rendszerrel [P7].

D) Új számítási eljárást adtam racionális LPV rendszerek passziváló kimenetválasztásának tervezésére [P7]. A meghatározott passziváló kimenet felhasználásával módszert adtam racionális LPV rendszerek stabil inverz dinamikájának kiszámítására [P7].

Kapcsolódó publikációk: [P1; P7; P14].

4. Alkalmazási lehetőségek

A vizsgált rendszerosztály általánosságának köszönhetően, a kifejlesztett módszerek alkalmazási lehetősége is szerteágazó.

Dinamikus invariánsok. A maximális annihilátor számítás segítségével dinamikus rendszerek invariánsait számolhatjuk ki, melyek egy rendszer analízise és szimulálása során fontos szerepet töltenek be. A dinamikus invariánsok segítségével analitikusan a karakterisztikák módszerével kiszámítható lehet pl. egy nemlineáris rendszer irányíthatósági sokasága. ◁

Összekapcsolt rendszerek stabilitása. A kis erősítés és a pozitív valós tételek központi szerepet töltenek be a rendszerelméletben, különös tekintettel az összakapcsolt rendszerek elméletére. A kis erősítés tétel pl. kimondja, hogy két visszacsatolt formában összekapcsolt rendszer stabil, ha indukált $\mathcal{L}_2$ normájuk szorzata kisebb mint 1. A pozitív-valós tétel a rendszer passzivitásával függ össze, mely erős stabilitási tulajdonságokat garantálhat. ◁

Dinamikus inverzió és hibarekonstrukció. Az inverzió alapú hibadetekció általános LPV modellekre egyelőre még nem teljesen megoldott feladat a rendszeregyenlet erősen nemlineáris paraméterfüggőse miatt. A javasolt passziváló kimenetprojekció garantálja egy dinamikus inverz létezését, mely lehetővé teszi az ismeretlen bemenő hibajel rekonstrukcióját. ◁

A szerző publikációi

Impakt faktoros folyóiratcikkek

[P1] Péter Polcz, Tamás Péni, Balázs Kulcsár és Gábor Szederkényi. Induced L2-gain computation for rational LPV systems using Finsler's lemma and minimal generators. *Systems & Control Letters*, 142:104738. old., 2020. ISSN: 0167-6911. DOI: 10.1016/j.sysconle.2020.104738.

[P2] Péter Polcz, Tamás Péni és Gábor Szederkényi. Computational method for estimating the domain of attraction of discrete-time uncertain rational systems. *European Journal of Control*, 49:68–83. old., 2019. ISSN: 0947-3580. DOI: 10.1016/j.ejcon.2018.12.004.

[P3] Péter Polcz, Tamás Péni és Gábor Szederkényi. Improved algorithm for computing the domain of attraction of rational nonlinear systems. *European Journal of Control*, 39:53–67. old., 2017. ISSN: 0947-3580. DOI: 10.1016/j.ejcon.2017.10.003.

Egyéb folyóiratcikkek

[P4] Péter Polcz, Tamás Péni és Gábor Szederkényi. Reduced linear fractional representation of nonlinear systems for stability analysis. *IFAC-PapersOnLine*, 51(2):37–42. old., 2018. 9^{th} Vienna International Conference on Mathematical Modelling. ISSN: 2405-8963. DOI: 10.1016/j.ifacol.2018.03.007.

[P5] Péter Polcz és Gábor Szederkényi. Computational stability analysis of Lotka-Volterra systems. *Hungarian Journal of Industry and Chemistry*, 44(2):113–120. old., 2016. DOI: 10.1515/hjic-2016-0014.

[P6] Péter Polcz, Gábor Szederkényi és Tamás Péni. An improved method for estimating the domain of attraction of nonlinear systems containing rational functions. *Journal of Physics: Conference Series*, 659(1):12038. old., 2015. nov. DOI: 10.1088/1742-6596/659/1/012038.

Konferenciacikkek

[P7] P. Polcz, B. Kulcsár, T. Péni és G. Szederkényi. Passivity analysis of rational LPV systems using Finsler's lemma. *2019 IEEE 58th Conference on Decision and Control (CDC).* Nice, France, 2019. dec., 3793–3798. old. DOI: 10.1109/CDC40024.2019.9029877.

[P8] Péter Polcz, Gábor Szederkényi és Katalin M. Hangos. Computational stability analysis of an uncertain bioreactor model. *13th International Symposium on Stability, Vibration, and Control of Machines and Structures - SVCS 2016, June 16-18, Budapest, Hungary.* 2016, 21–32. old.

[P9] Péter Polcz, Gábor Szederkényi és Balázs Kulcsár. Computation of rational parameter dependent Lyapunov functions for LPV systems. *Swedish Control Conference (Reglermöte) 2018.* Link: https://easychair.org/publications/preprint/8Td4. 2018. DOI: 10.29007/9m7r.

[P10] Péter Polcz és Gábor Szederkényi. On the use of Finsler's lemma - technical notes. *15th International PhD Workshop on Systems and Control (PhD Workshop 2018).* 2018.

Egyéb közlemények és kutatási jelentések

[P11] Péter Polcz, Gábor Szederkényi és Balázs Kulcsár. Observer based dynamic output design for linear time-invariant systems ensuring stable zero dynamics. *Jedlik Laboratories Reports*, VI.(1):3–14. old., 2018.

[P12] Péter Polcz, Gábor Szederkényi és Tamás Péni. An improved method for estimating the domain of attraction of uncertain rational nonlinear systems by using LMI stability conditions. *Jedlik Laboratories Reports*, III.(4):7–33. old., 2015.

[P13] Péter Polcz és Gábor Szederkényi. Domain of attraction computation of a unique non-zero equilibrium point of a Lotka-Volterra system. *PhD Proceedings Annual Issues of the Doctoral School Pázmány Péter Catholic University, Faculty of Information Technology and Bionics - 2020.* Szerk. P. Szolgay G. Prószéky. 50/a Práter street, 1083 Budapest, Hungary: Pázmány University ePress, 2020, in press.

[P14] Péter Polcz és Gábor Szederkényi. Local performance estimation of nonlinear rational systems in a convex computational framework using Finsler's lemma and affine annihilators. *PhD Proceedings Annual Issues of the Doctoral School Pázmány Péter Catholic University, Faculty of Information Technology and Bionics - 2019*. Szerk. P. Szolgay G. Prószéky. 50/a Práter street, 1083 Budapest, Hungary: Pázmány University ePress, 2019, in press.

[P15] Péter Polcz és Gábor Szederkényi. Global stability analysis of linear parameter varying systems via quadratic separator for uncertain constrained systems. *PhD Proceedings Annual Issues of the Doctoral School Pázmány Péter Catholic University, Faculty of Information Technology and Bionics - 2018*. Szerk. P. Szolgay G. Prószéky. 50/a Práter street, 1083 Budapest, Hungary: Pázmány University ePress, 2018, 34–34. old.

[P16] Péter Polcz és Gábor Szederkényi. Computational stability analysis of an uncertain Van der Pol system. *PhD Proceedings Annual Issues of the Doctoral School Pázmány Péter Catholic University, Faculty of Information Technology and Bionics - 2017*. Szerk. P. Szolgay G. Prószéky. 50/a Práter street, 1083 Budapest, Hungary: Pázmány University ePress, 2017, 41–41. old.

[P17] Péter Polcz és (supervisor Gábor Szederkényi). An improved method for estimating the domain of attraction of uncertain nonlinear systems. *National Students' Scientific Conference*. 2017. URL: `http://polcz.itk.ppke.hu/files/palyamunka_40192_0181.pdf`.

[P18] Péter Polcz és (supervisor Gábor Szederkényi). Stability analysis of uncertain nonlinear systems using optimization. Dipl. Pázmány Péter Catholic University Faculty of Information Technology and Bionics, 2016.

Hivatkozások

[1] A. Trofino és T. J. M. Dezuo. LMI stability conditions for uncertain rational nonlinear systems. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 24(18):3124–3169. old., 2013. cited By 14. DOI: `10.1002/rnc.3047`.

[2] Fen Wu. Control of linear parameter varying systems. Dissz. University of California at Berkeley, 1995.

[3] Arjan Van der Schaft. *L2-gain and passivity techniques in nonlinear control.* 3rd. Secaucus, NJ, USA: Springer-Verlag New York, Inc., 2017. ISBN: 978-3-319-49992-5. DOI: 10.1007/978-3-319-49992-5.

[4] Antonis Papachristodoulou. Scalable analysis of nonlinear systems using convex optimization. Dissz. California Institute of Technology, 2005.

[5] Hakan Köroğlu és C. W. Scherer. Robust stability analysis against perturbations of smoothly time-varying parameters. *45th IEEE Conference on Decision and Control.* San Diego, CA, USA, 2006. dec., 2895–2900. old. DOI: 10.1109/CDC.2006.376805.

[6] D. F. Coutinho, M. Fu, A. Trofino és P. Danès. L2-gain analysis and control of uncertain nonlinear systems with bounded disturbance inputs. *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 18(1):88–110. old., 2008. DOI: 10.1002/rnc.1207.

[7] C. I. Byrnes, A. Isidori és J. C. Willems. Passivity, feedback equivalence, and the global stabilization of minimum phase nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 36(11):1228–1240. old., 1991. cited By 873. DOI: 10.1109/9.100932.

[8] U. Topcu, A. K. Packard és P. Seiler. Local stability analysis using simulations and sum-of-squares programming. *Automatica*, 44(10):2669–2675. old., 2008. DOI: 10.1016/j.automatica.2008.03.010.

[9] T. Iwasaki és G. Shibata. LPV system analysis via quadratic separator for uncertain implicit systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46(8):1195–1208. old., 2001. aug. ISSN: 0018-9286. DOI: 10.1109/9.940924.

[10] H. Zakeri és P. J. Antsaklis. Local passivity analysis of nonlinear systems: a sum-of-squares optimization approach. *2016 American Control Conference (ACC).* 2016. júl., 246–251. old. DOI: 10.1109/ACC.2016.7524923.