



# TANÁRTOVÁBBKÉPZÉS 2026



**Az Európai Unió  
támogatásával**

Az Európai Unió finanszírozásával. Az itt szereplő információk és állítások a szerző(k) álláspontját képviselik, és nem feltétlenül tükrözik az Európai Unió vagy a Tempus Közalapítvány hivatalos véleményét. Sem az Európai Unió, sem a támogatást nyújtó hatóság nem vonható felelősségre miattuk. Ez a projekt az Erasmus+ KA210-SCH program támogatásával valósul meg.



**PÁZMÁNY | ITK**

# MATEMATIKA

## TANÁRTOVÁBBKÉPZÉS

### 2026

# Órák a Könyvből

---

Rendhagyó témájú matematikaórák



**Babus Réka, Juhász Péter**

*Eötvös József Gimnázium, Szent István Gimnázium*

## Koncepció

- ❑ Cél: életközeli legyen a matematika, motiválja a diákokat, lássák hogy hasznos
- ❑ Órák a matematika alkalmazásairól
  - ❑ diákokhoz közeli vagy releváns témák
  - ❑ tananyagtól független, de épít a tanulók meglévő tudására
  - ❑ nem „felfedeztetés”, de aktív tanulói részvétel
- ❑ Havi egy tanóra
- ❑ Kidolgozott óratervek, segédanyagok

## Kísérlet

- ❑ 10. osztályos célcsoport - faktultációválasztás
- ❑ 17 tanár
- ❑ Vegyes iskolák
- ❑ Kérdéseink:
  - ❑ Hogyan hatnak az órák a diákok....
    - ❑ ... motivációjára és matematikáról alkotott képükre?
    - ❑ ... pályaválasztási elképzeléseire?

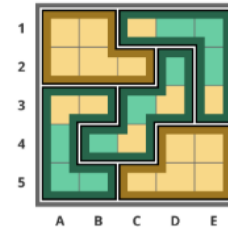
# Segédanyagok

☐ prezentáció

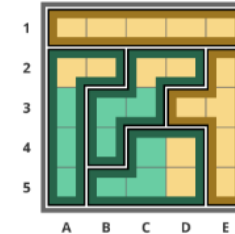
☐ tanári útmutató

☐ gyorstalpaló

11.



13.



💡 *Megj.: A 10-es feladatnál fontos jelezni a tanulóknak, hogy csak akkor menjenek tovább a következő feladványra ha van indoklásuk is a lehetetlenségre.*

Az első megoldhatatlan feladvány a 10-es. Erről fontosnak tartjuk, hogy közösen is beszéljünk. Várhatóan elhangzik a következő diák érvelés: Ahhoz, hogy a zöld egy területben többségbe kerüljön, legalább 3 zöld mezőre van szükség. Ha 3 részben szeretnénk zöld többséget akkor ahhoz legalább  $3 \cdot 3 = 9$  zöldre van szükségünk. Itt csak 8 zöld van, így ez nem lesz elég.

Opcionális kapcsolódó kérdések:

9 zöldre mindig készíthető olyan felosztása a területeknek, ahol a zöld nyer?

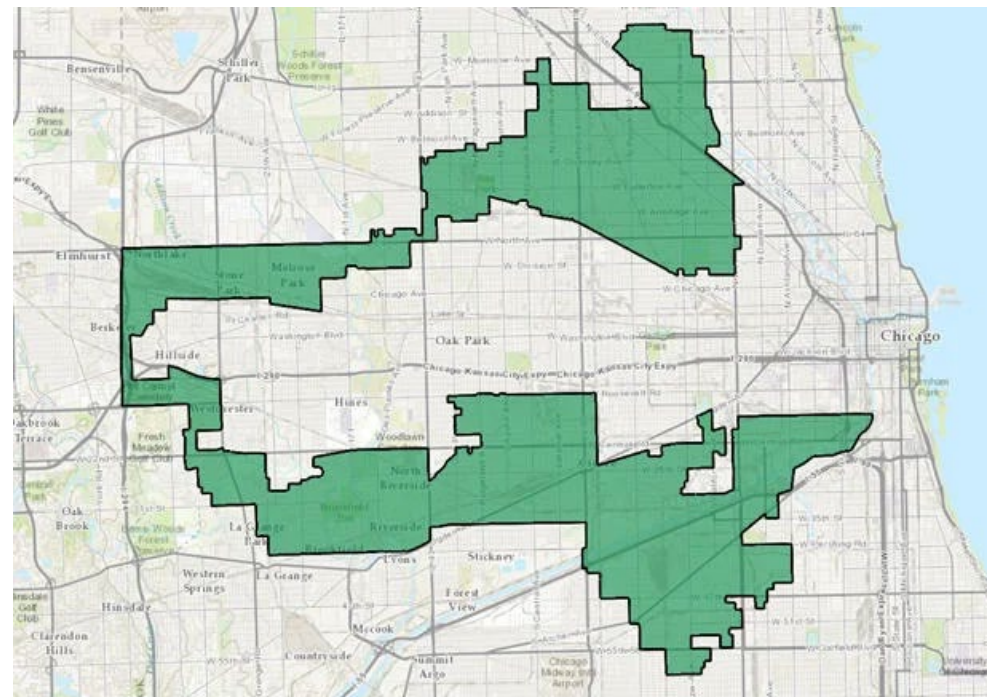
Feltehetően hamar lesznek néhányan akik találnak olyan példát ahol a 9 zöld mező úgy van elhelyezve, hogy nem elég a zöld győzelemhez. Egy lehetséges ellenpélda:



# Szemezgetés az elkészült anyagokból

## *Gerrymandering*

<https://jrnf.org/puzzle/gerrymandering/>



# Szemezgetés az elkészült anyagokból

## *Sportfogadások*

Mit csinálnál ha ezt látnád?

|                  | <b>Zverev (3.)</b> | <b>Fritz (6.)</b> |
|------------------|--------------------|-------------------|
| <b>RapidTipp</b> | 1,8                | 2,1               |
| <b>PrimeOdds</b> | 2,1                | 1,8               |

# Lehetséges biztosan nyerni?

# Nyerjünk biztosan!

|           | 1    | X    | 2     |
|-----------|------|------|-------|
| RapidTipp | 1,30 | 5,00 | 12,00 |
| PrimeOdds | 1,35 | 4,60 | 10,00 |
| SprintBet | 1,25 | 6,00 | 11,00 |

- Ha 100 000 Ft-unk van, hogyan érdemes fogadni és mennyi pénzt tudunk biztosan nyerni?

# Hogyan fogadjunk?

|           | 1    | X    | 2     |
|-----------|------|------|-------|
| RapidTipp | 1,30 | 5,00 | 12,00 |
| PrimeOdds | 1,35 | 4,60 | 10,00 |
| SprintBet | 1,25 | 6,00 | 11,00 |

- RapidTipp -nél 2, PrimeOdds -nál 1, SprintBet-nél X.
- A valószínűségek arányában osszuk szét a pénzünket.

Hogyan osszuk el a pénzünket?



<http://bit.ly/4p0lImW>

# Hogyan fogadjunk?

|           | 1    | X    | 2     |
|-----------|------|------|-------|
| RapidTipp | 1,30 | 5,00 | 12,00 |
| PrimeOdds | 1,35 | 4,60 | 10,00 |
| SprintBet | 1,25 | 6,00 | 11,00 |

- A RapidTippnél 2 -re teszünk 8410 Ft -ot.
- A PrimeOddsnál 1 -re teszünk 74 770 Ft -ot.
- A SprintBetnél X -re teszünk 16 820 Ft -ot.
  
- 1-es győzelem esetén 100 940 Ft-ot nyerünk.
- X esetén 100 920 Ft-ot nyerünk.
- 2 esetén 100 920 Ft-ot nyerünk.

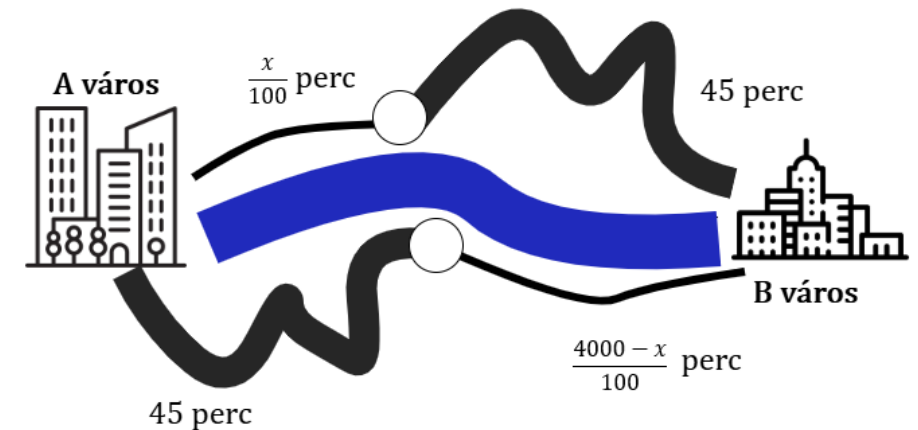
Hogyan osszuk fel a  
pénzünket?

Legrosszabb esetben is  
920 Ft-tal gazdagodtunk.

# Szemezgetés az elkészült anyagokból

## Játékelmélet - Braess paradoxon

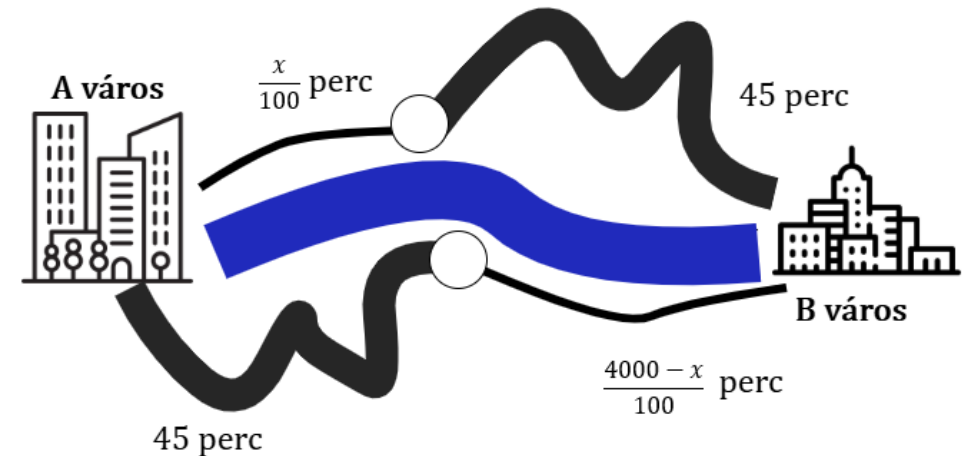
- ❑ A-ból B-be két útvonalon juthatunk el egy folyó két oldalán.
- ❑ Mindkét útvonal egy autópályából és egy szűk, de rövid útszakaszból áll.
- ❑ Reggelente 4000 autós megy A-ból B-be.
- ❑ Az autópályán az út forgalomtól függetlenül 45 percet vesz igénybe.
- ❑ A szűk útszakasz megtétele  $x$  autó esetén  $x/100$  percig tart.



• Hányan menjenek a folyó jobb és bal oldalán, hogy az átlagos menetidő a lehető legkisebb legyen?

# Alaphelyzet

- ❑ 2000-2000 autó esetén minden autónak 65 perc lesz a menetideje.
- ❑ Ha bármelyik útvonalon 2000 -nél több autó megy nekik a menetidejük megnő 65+ zpercre, míg a többiek menetideje 65-zpercre csökken.
- ❑ De többen vannak, akiknek így megnőtt a menetidejük, így az átlagos menetidő is nő.
- ❑ 2000-2000 autós esetén a legkevesebb tehát az átlagos menetidő.
- ❑ **Vagyis senkinek nem éri meg útvonalat változtatni!**



- Hányan menjenek a folyó jobb és bal oldalán, hogy az átlagos menetidő a lehető legkisebb legyen?

# Építsünk hidat!

Milyen hatása lesz?

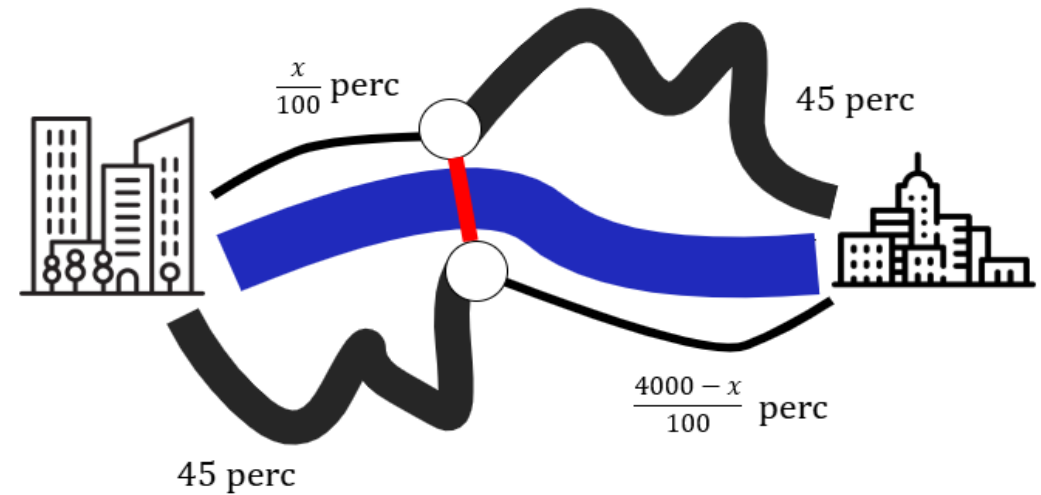
A hídon átjutni 0 perc.

Milyen útvonalat választanál?

Várhatóan mennyi lesz az új menetidő?

A rövidebb útszakaszok legfeljebb 40 percet vesznek igénybe, így ezeket éri meg választani.

\*Ha az autósok jobban eloszlanának, lehetne javítani a korábbi 65 percet?



# Szemezgetés az elkészült anyagokból

*Térképek*

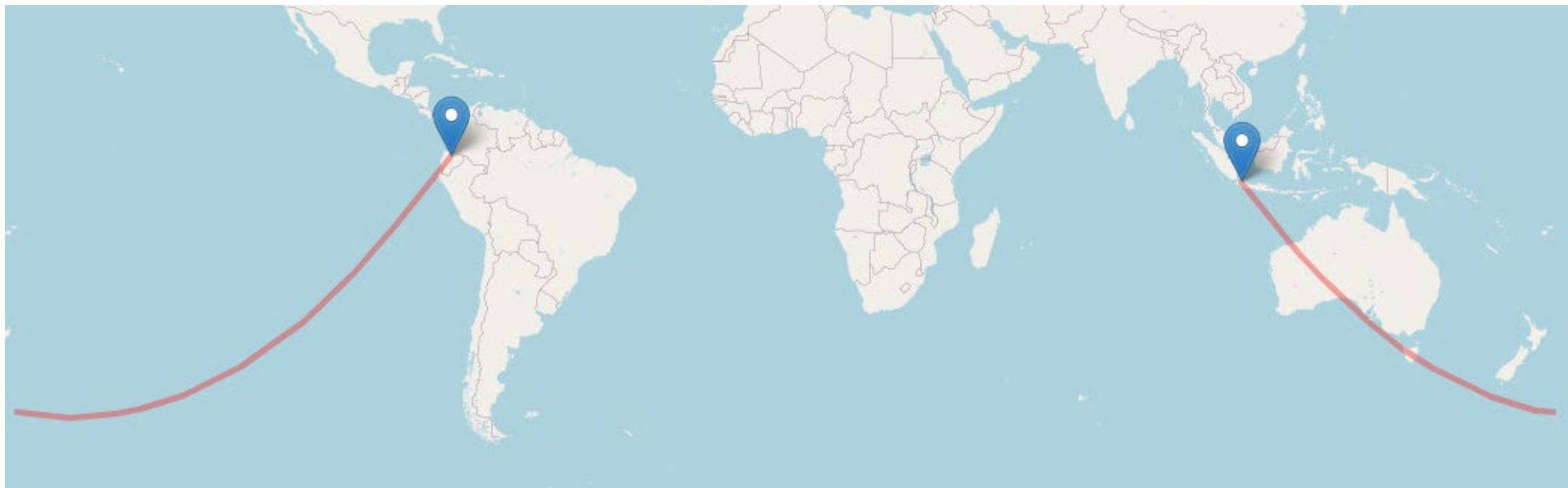
Tippeld meg a **távolság** ot!



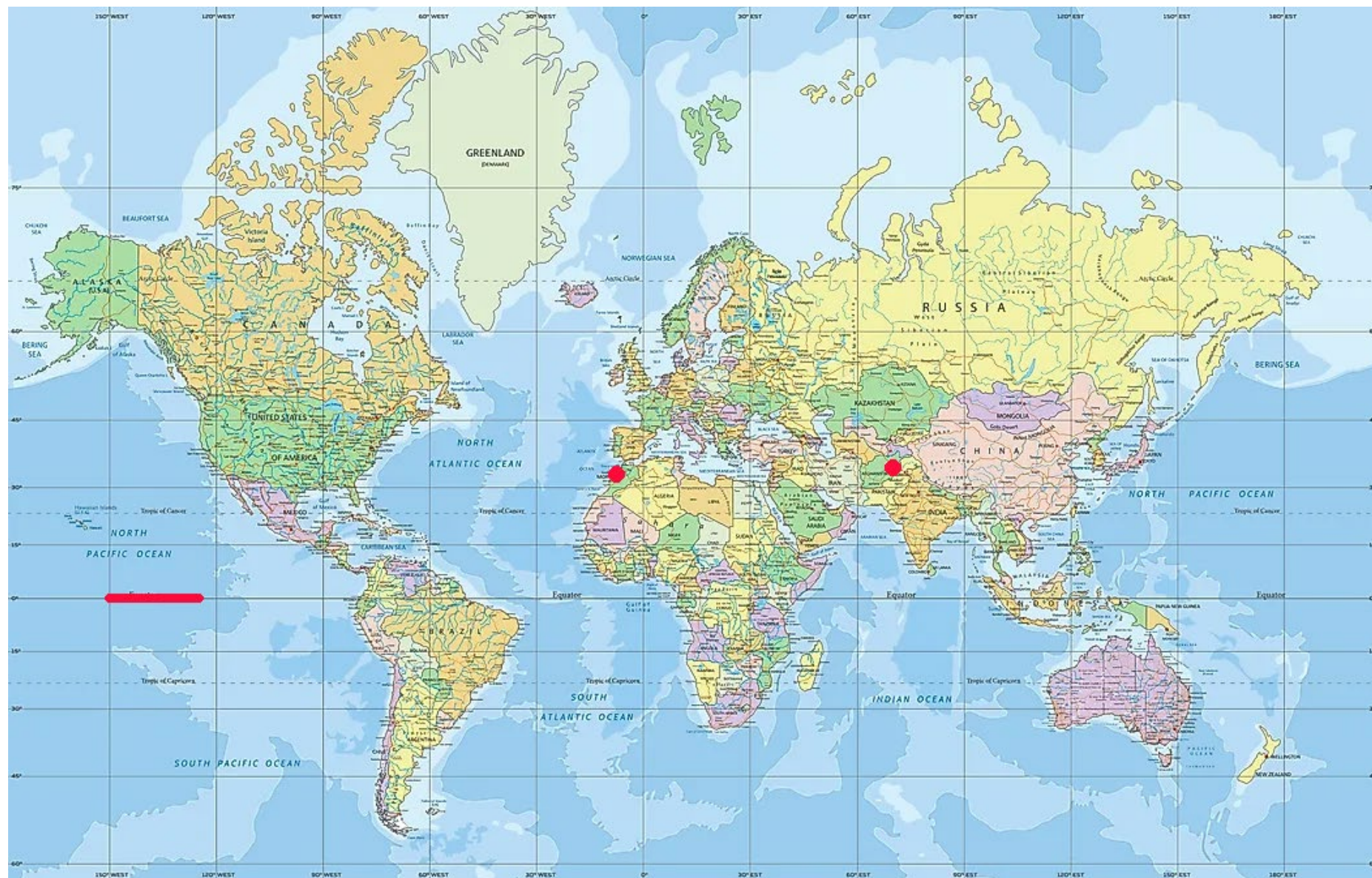
[https://vizilo11.github.io/Mercator/Mercator\\_Guessing.html](https://vizilo11.github.io/Mercator/Mercator_Guessing.html)



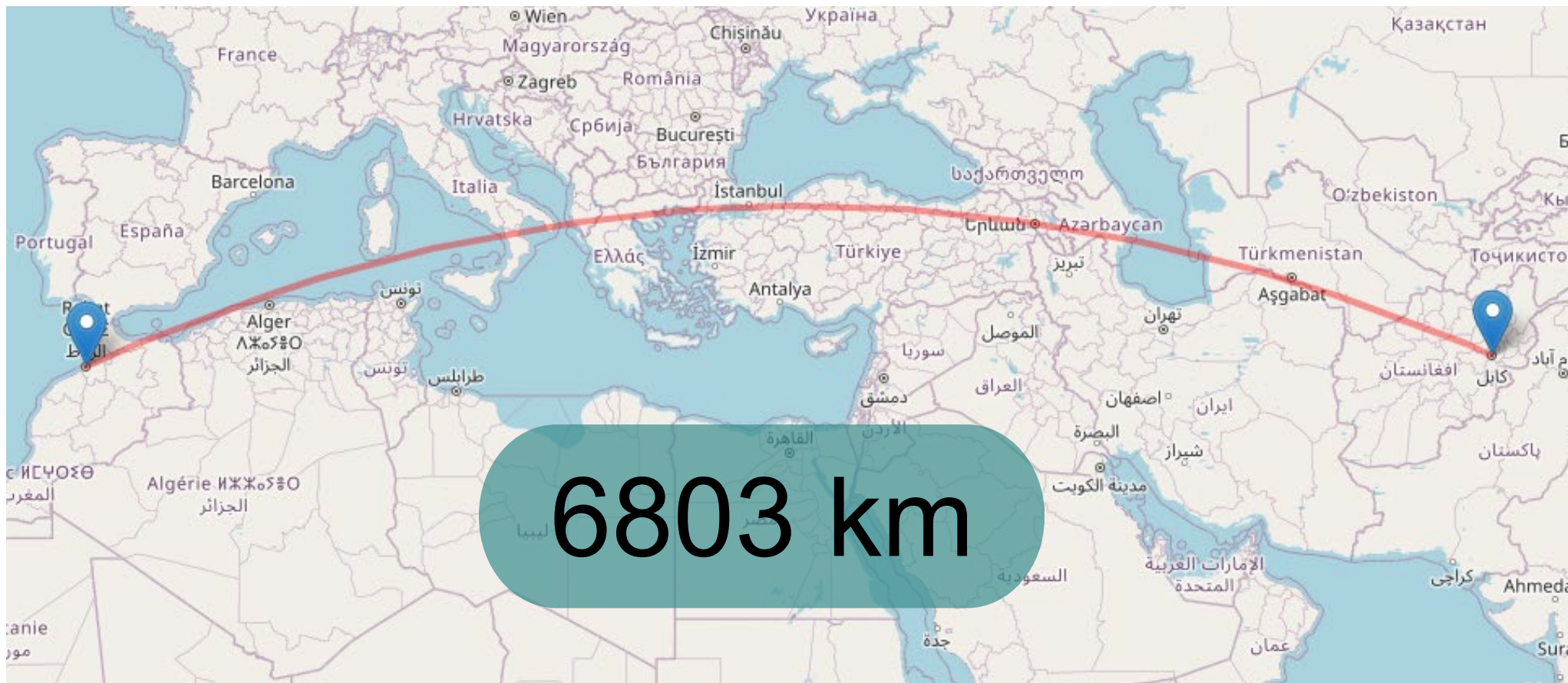
# Quito - Jakarta



19 090 km

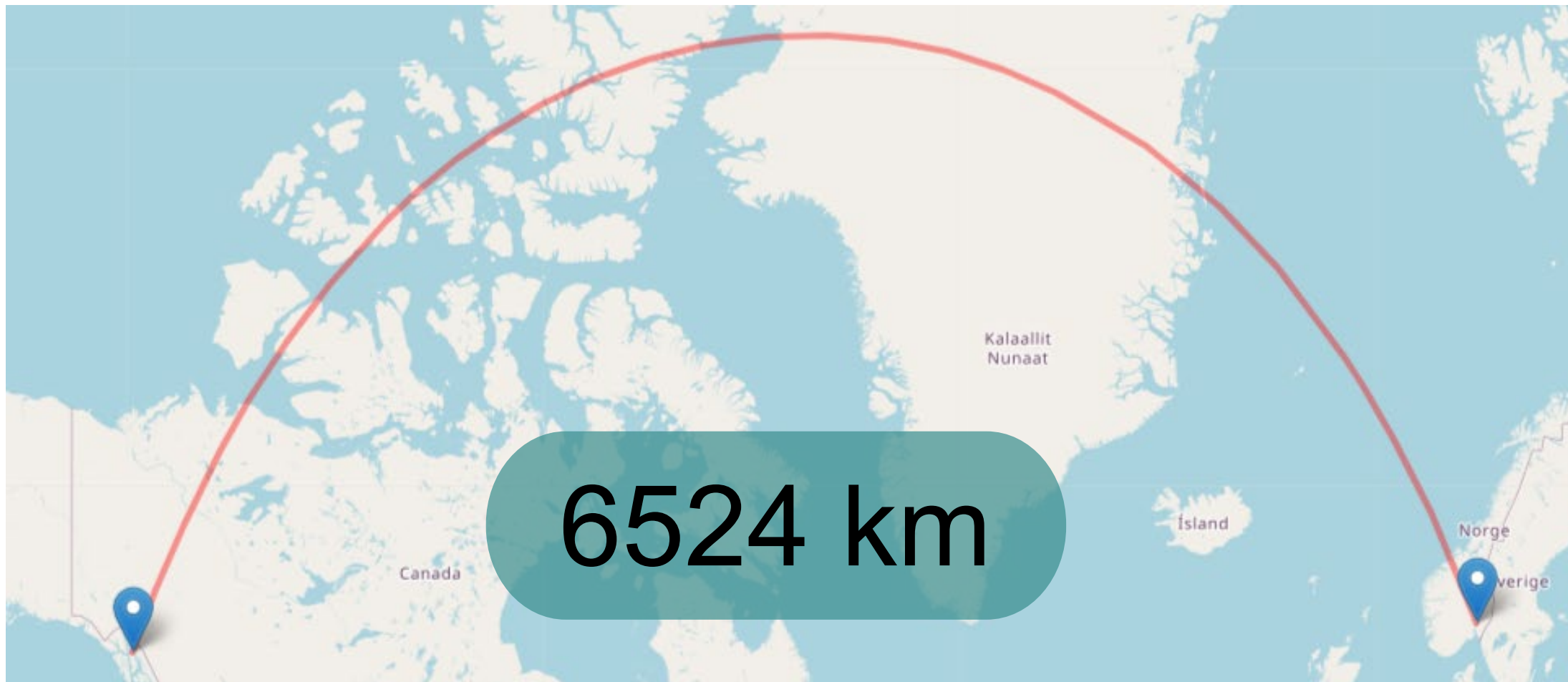


# Kabul - Rabat



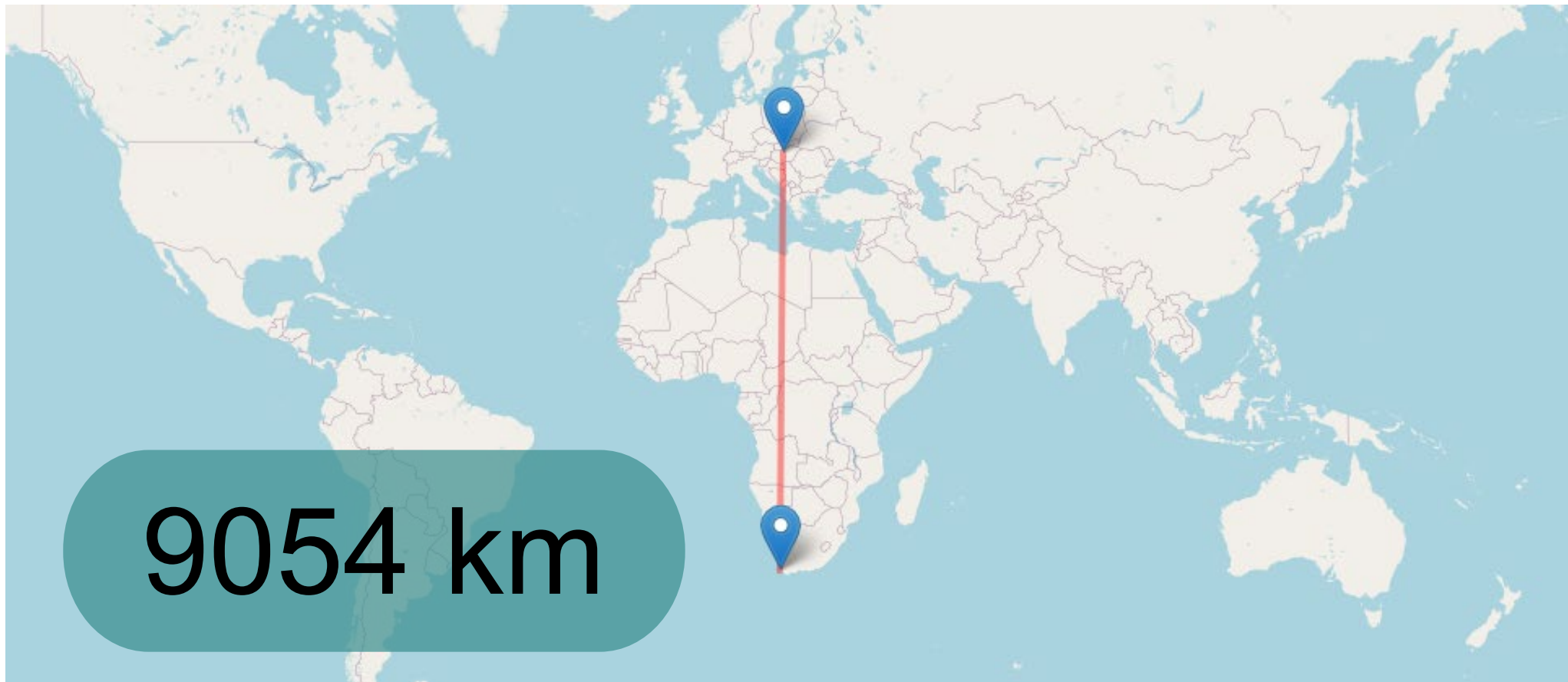


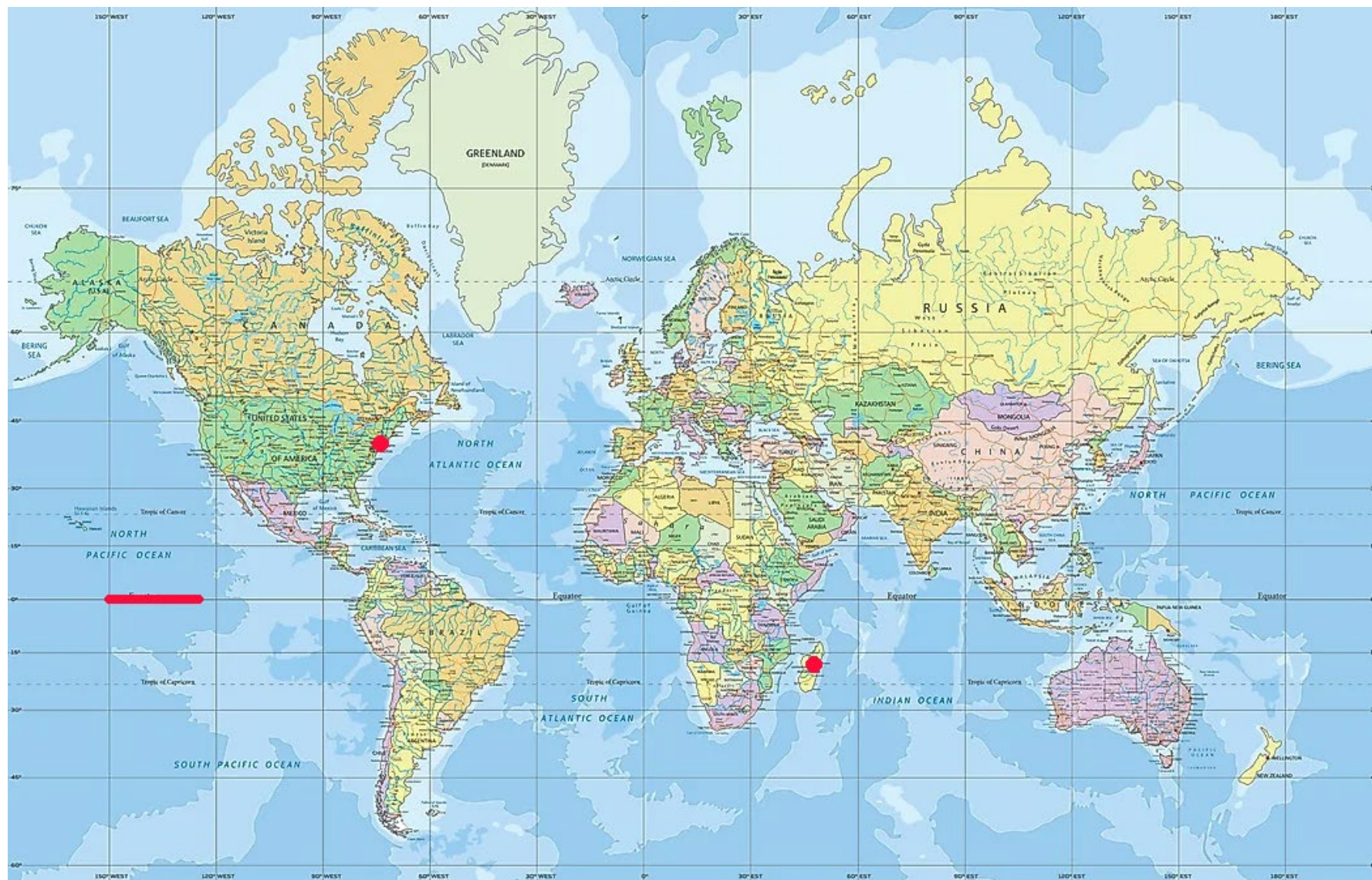
# Oslo - Juneau



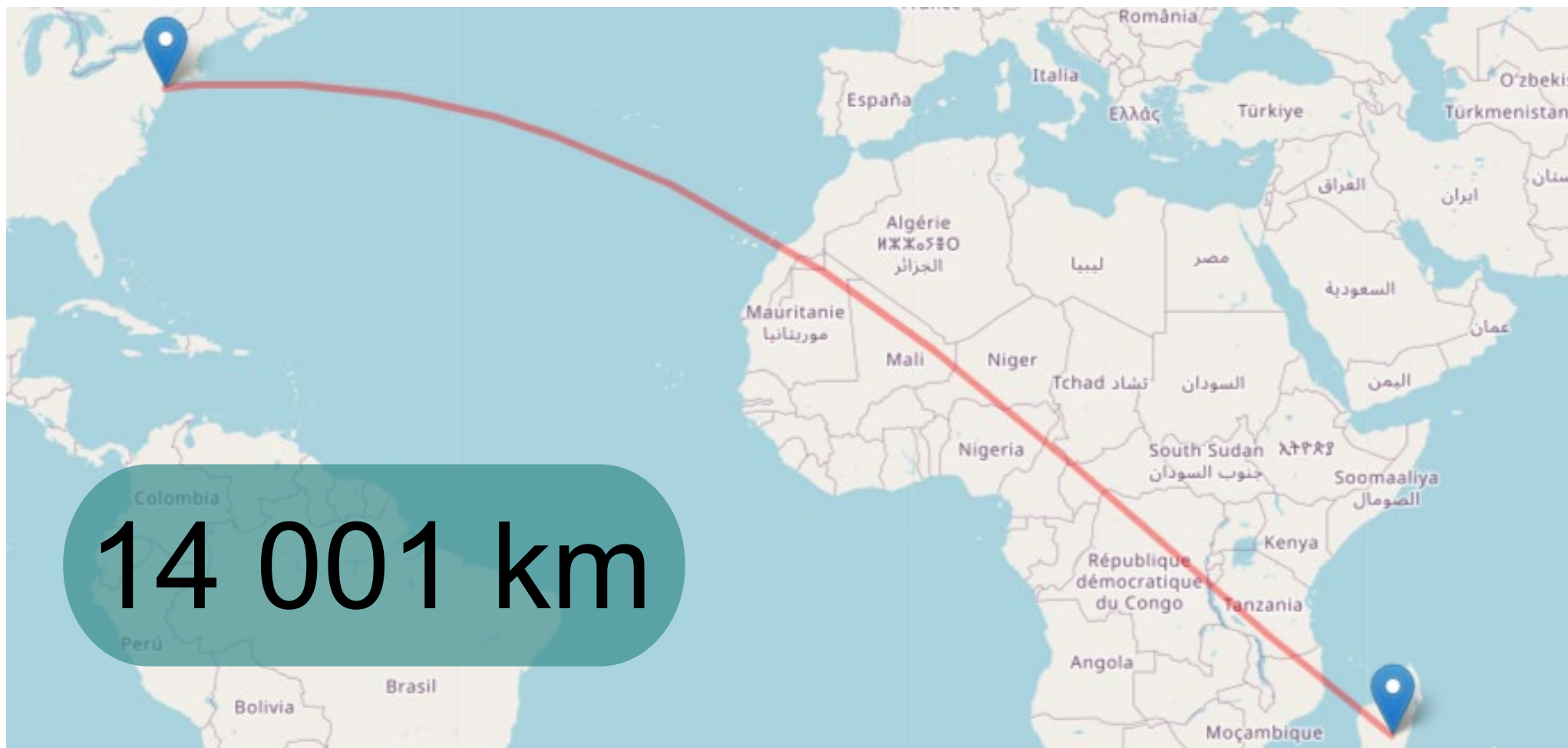


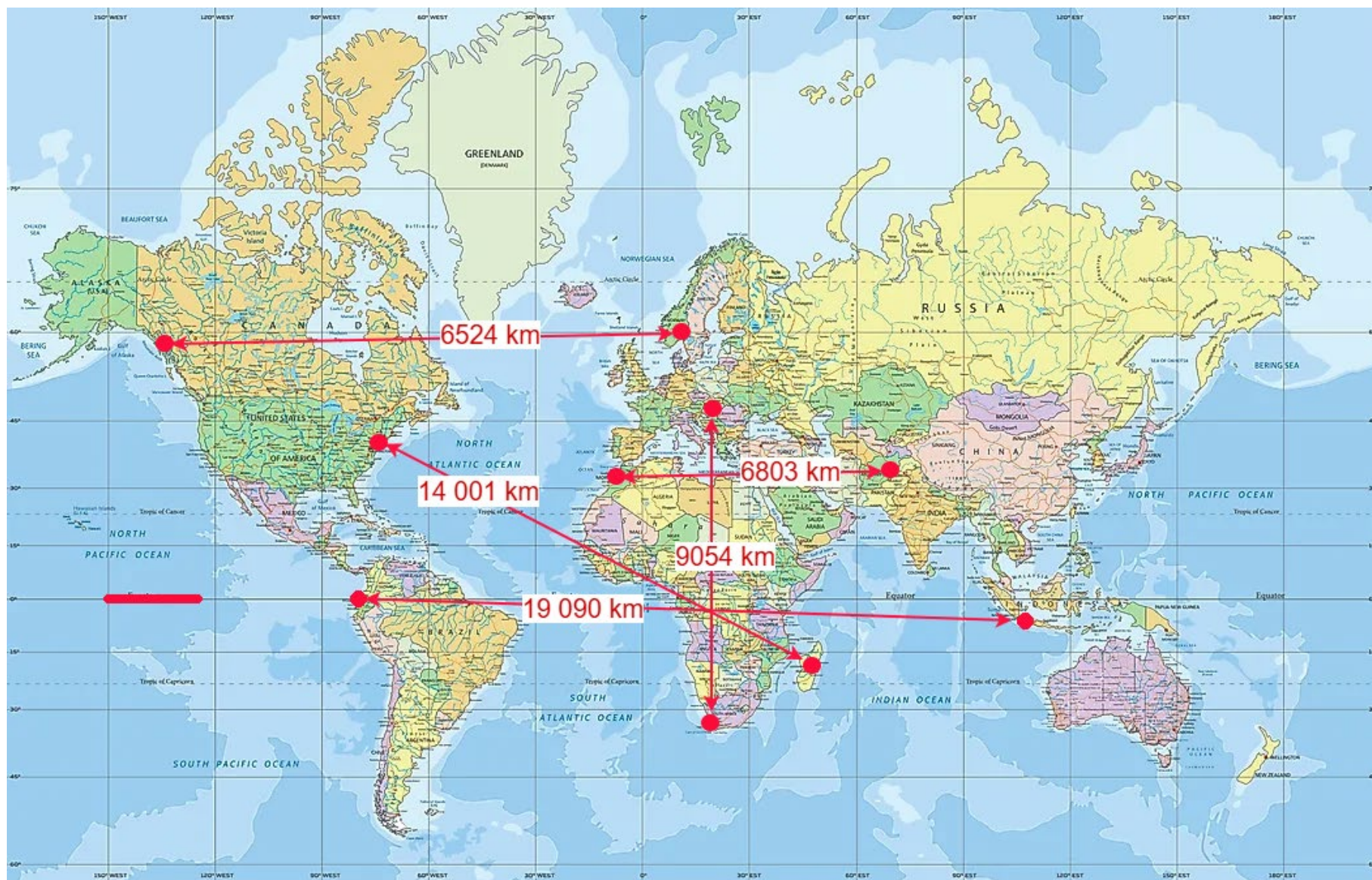
# Budapest - Fokváros



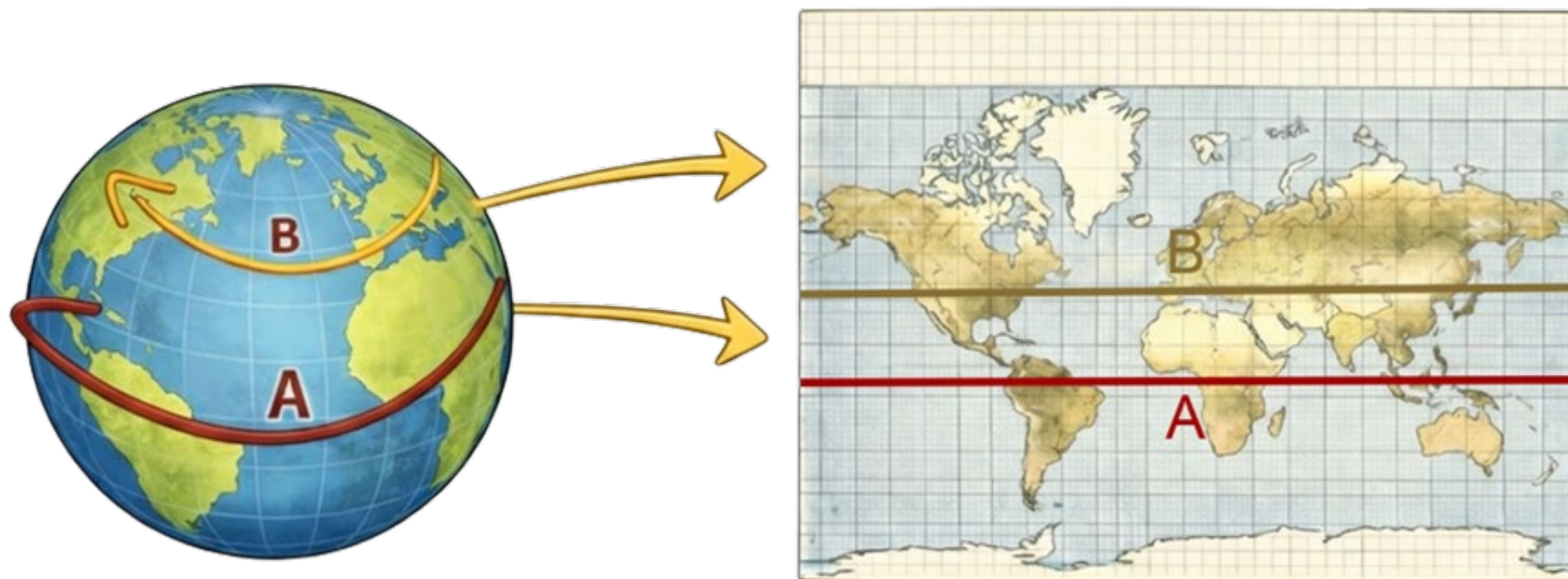


# New York - Antananarivo





# Meglepő távolságok?



# Kódok a hétköznapiakban



# Mit jelentenek a kódok?

#A64D79

#D2A7BD

#FBB42F

#FFFFFF

#161616

#F3CB63

#7398B1



# A hexadecimális színkód

- ❑ helyiértékek a 16 hatványai
- ❑ 0-9-ig és A-tól F-ig vannak karakterek
- ❑ RR GG BB számkombinációból áll (Piros, Zöld, Kék)
- ❑ Az RR GG BB értékek 00-tól FF-ig terjednek meghatározva a szín intenzitását

• Váltsd át 10-es számrendszerre az  
**#FBB42F** kódot!

• Mi lesz a (255,32,180) hex kódja?



**#RRGGBB**

# Additív színkeverés

- ❑ különböző színű fényforrások fényének egymásra vetítésével új színeket kapunk
- ❑ minél több fényt adunk hozzá a keverékhez, annál világosabb szín keletkezik
- ❑ a kiindulópont a fekete, ami a fény teljes hiányát jelenti
- ❑ szemünk máshogy érzékeli a színeket, így a telítettség érzékelése komponensenként változik
- ❑ TV-k, monitorok ezt használják



|                                       |   |   |  |
|---------------------------------------|---|---|--|
| <b>black</b><br>#000000<br>(0,0,0)    | <b>gray</b><br>#808080<br>(128,128,128) | <b>silver</b><br>#c0c0c0<br>(192,192,192) | <b>white</b><br>#ffffff<br>(255,255,255) |
| <b>navy</b><br>#000080<br>(0,0,128)   | <b>blue</b><br>#0000ff<br>(0,0,255)     | <b>teal</b><br>#008080<br>(0,128,128)     | <b>aqua</b><br>#00ffff<br>(0,255,255)    |
| <b>green</b><br>#008000<br>(0,128,0)  | <b>lime</b><br>#00ff00<br>(0,255,0)     | <b>olive</b><br>#808000<br>(128,128,0)    | <b>yellow</b><br>#ffff00<br>(255,255,0)  |
| <b>maroon</b><br>#800000<br>(128,0,0) | <b>red</b><br>#ff0000<br>(255,0,0)      | <b>purple</b><br>#800080<br>(128,0,128)   | <b>fuchsia</b><br>#ff00ff<br>(255,0,255) |

# Találd ki a színkódot!



<http://bit.ly/3ICBIeS>

Vonalkódok

# Vonalkódok

- bolti eladók kézzel írták be a kódokat
- pontok-vonalak függőlegesen téglalappá alakítva
- a feketéről és a fehérről máshogy verődik vissza a fény
- elején, közepén, végén két függőleges fekete csík
- jobb oldalon: gyártóról információ, bal oldalon: termékről információ
- 12 darab 7-es blokkra van osztva, minden blokk 1 számjegyet kódol
- az utolsó számjegy ellenőrző számjegy



● Hányféle vonalkód  
készíthető?

# Vonalkódok

- ❑ bal oldalon: fehér - 0      fekete - 1
- ❑ jobb oldalon: fordítva
- ❑ bal oldalon mindig páros darab fehér van
- ❑ fejjel lefelé is olvasható



## Kódok:

0 → 0001101

1 → 0011001

2 → 0010011

3 → 0111101

4 → 0100011

5 → 0110001

6 → 0101111

7 → 0111011

8 → 0110111

9 → 0001011

# Vonalkódok ellenőrzőszáma

1. összeadjuk a páratlan helyen álló számjegyeket
2. az összeget 3-mal szorozzuk
3. hozzáadjuk a páros helyen álló számjegyek összegét
4. az ellenőrzőszám az összeget 10-zel oszthatóra egészíti ki



# Találd meg a hiányzó részt!

1. összeadjuk a páratlan helyen álló számjegyeket
2. az összeget 3-mal szorozzuk
3. hozzáadjuk a páros helyen álló számjegyek összegét
4. az ellenőrzőszám az összeget 10-zel oszthatóra egészíti ki



<https://bit.ly/42eMXkp>

Kódok a vonalkód bal oldalán:

**0 → 0001101**

**1 → 0011001**

**2 → 0010011**

**3 → 0111101**

**4 → 0100011**

**5 → 0110001**

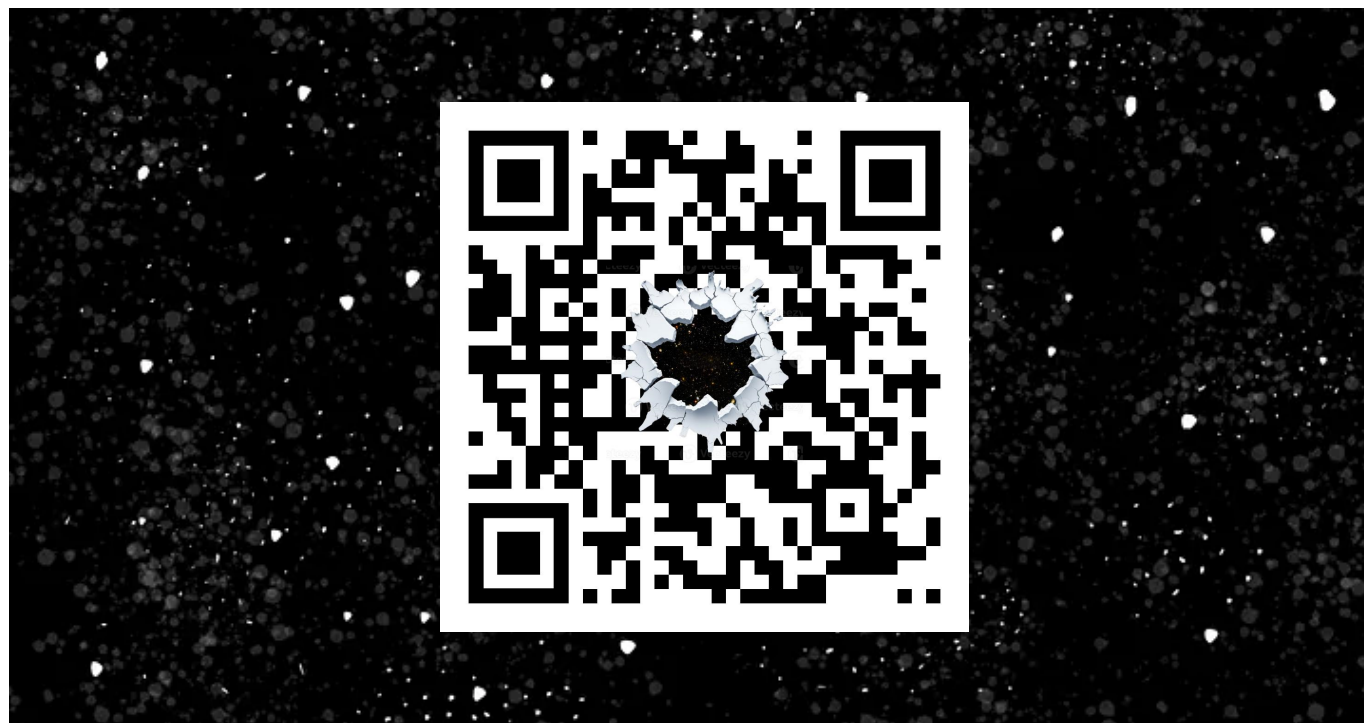
**6 → 0101111**

**7 → 0111011**

**8 → 0110111**

**9 → 0001011**

# Be tudod olvasni?



## Segédanyagok

- Az anyaghoz tartozó [útmutató](#)
- Az anyaghoz tartozó [PPT](#)
- Az anyaghoz tartozó [bemutató](#)

# Köszönjük a figyelmet!

Elérhetőségeink:

Juhász Péter: [juhasz.peter@renyi.hu](mailto:juhasz.peter@renyi.hu)

Babus Réka: [babus.reka@e5vos.hu](mailto:babus.reka@e5vos.hu)