



PÁZMÁNY

Pázmány Péter Katolikus Egyetem
Információs Technológiai és Bionikai Kar

KÍSÉRLETI PROGRAM A KVANTUMOS VALÓSZÍNŰSÉG KÖZÉPISKOLAI TANÍTÁSÁRA

2024. március 21. 15:15 – 15:55

Tóth Kristóf

Fizikatanár (Czuczor Gergely Bencés Gimnázium, Győr)


Doktorandusz (ELTE TTK Fizika Doktori Iskola, Fizika Tanítása Program)

A KVANTUMMECHANIKA ISKOLAI TANÍTÁSA: ÁTTEKINTÉS

- Érdemes **optikai** jelenségeket használni,
- amelyek **két szinten** is értelmezhetőek: klasszikus optika (**kísérletek**) – kvantumfizika (**gondolatkísérletek** egyedüli fotonok).
- Mivel a fotonok **megkülönböztethetetlenek**, ezért az **egyedüli fotonok nagy számú ismételt mérése = nagy számú foton együttes mérése**.
- Hagyományos út (Marx György és Tóth Eszter): **hullám-részecske kettőség** → kötött állapot, kémia.
- Általam bemutatott út: **fotonpolarizáció** → szuperpozíció, kvantumszámítások.

AZ ELŐADÁS CÉLJA

A középiskolás anyag

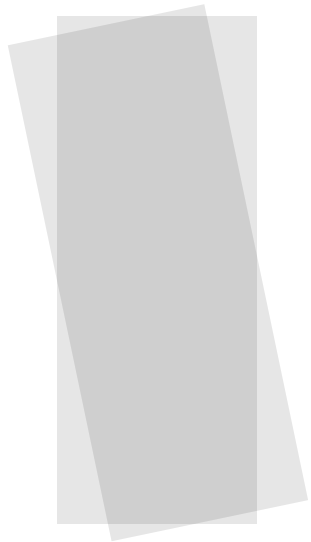
- 
- **Fénypolarizáció** mindenkinek.
 - **Kvantummechanika 10. osztály végén.**
 - Kvantummechanikai formalizmus alapjai (érdeklődő jobb képességű diákoknak).
 - Kvantumszámítások alapjai (érdeklődőknek).

A BEMUTATOTT ANYAG

- **Olaszországból** származik, de számos helyen módosítottam.
- Célja a **kvantumos gondolkodásmód** elősegítése.
- Az anyag **folyamatos tanítási kísérleteken** alapul: 6 tanítási kísérlet hazánkban, több tucat Olaszországban.
- A **tanulói visszajelzéseket**, tapasztalatokat folyamatosan beépítjük.
- A tanulási folyamat középpontjában a diákok állnak: a kisebb arányú frontális magyarázat miatt **a diákok aktív részesei** az órának, visszajelzéseik könnyebben megismerhetőek.
- Polarizáció után 3 tanóra elegendő.

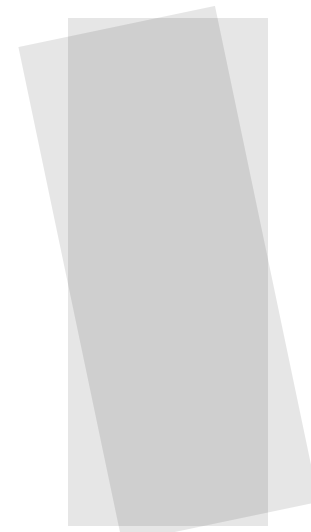
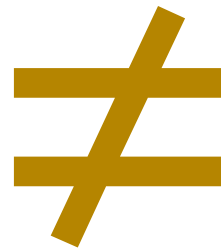
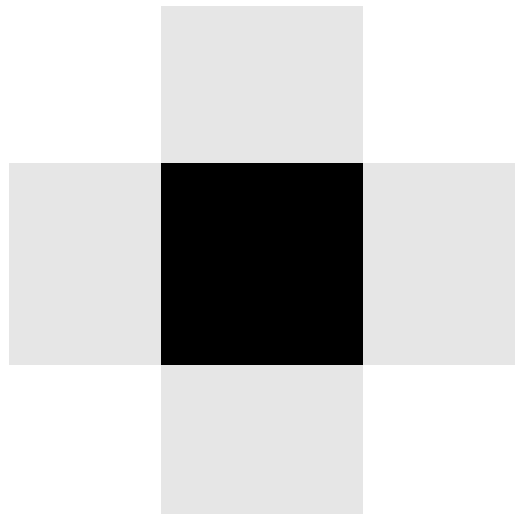
FÉNYPOLARIZÁCIÓ: AZ ALAPOK EGY EGYSZERŰSÍTETT KÉPBEN

- A fénynek van egy szabad szemmel nem (vagy csak nehezen) látható tulajdonsága: **polarizáció**.



Polarizátorlemezek

Változó fényintenzitás.

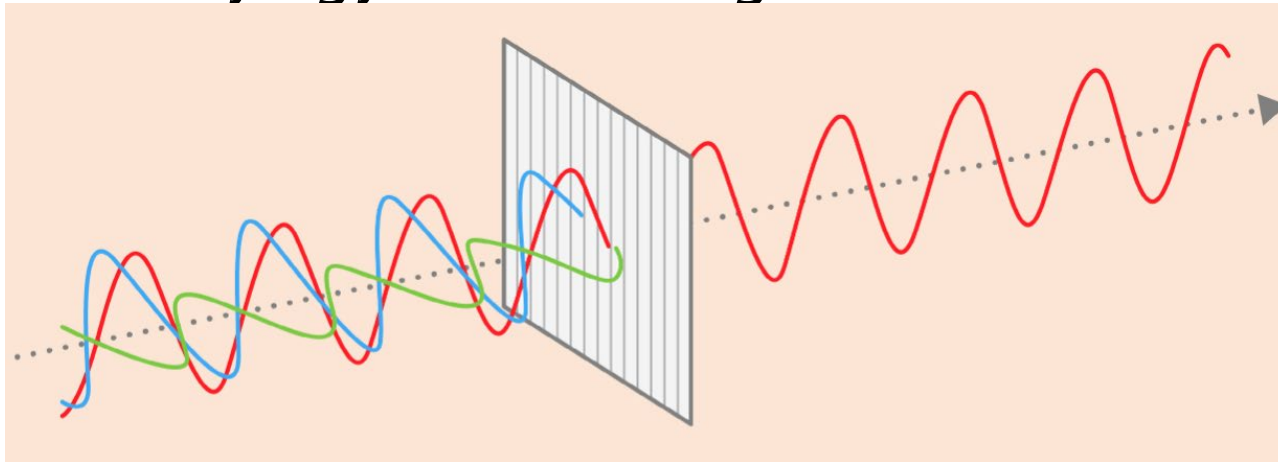


Fényszűrők

Állandó fényintenzitás.

FÉNYPOLARIZÁCIÓ: AZ ALAPOK EGY EGYSZERŰSÍTETT KÉP BEN

- A fény egy elektromágneses hullám.

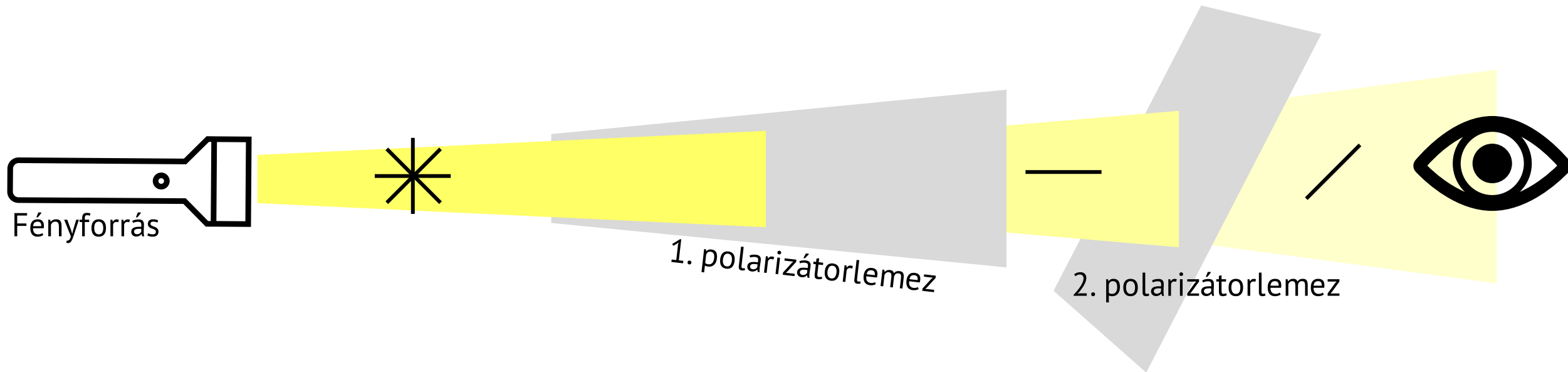


<https://catalyst-magazine.org/articles/the-peculiar-powers-of-polarisation-in-the-natural-world/>

- A fénynek van egy belső, szabad szemmel nem (vagy csak nehezen) látható tulajdonsága, amelyet **polarizációs tulajdonságnak** nevezünk. Ehhez a tulajdonsághoz egy irány rendelhető, ez a **polarizációs iránya** a fénynek.

FÉNYPOLARIZÁCIÓ: AZ ALAPOK EGY EGYSZERŰSÍTETT KÉPBEN

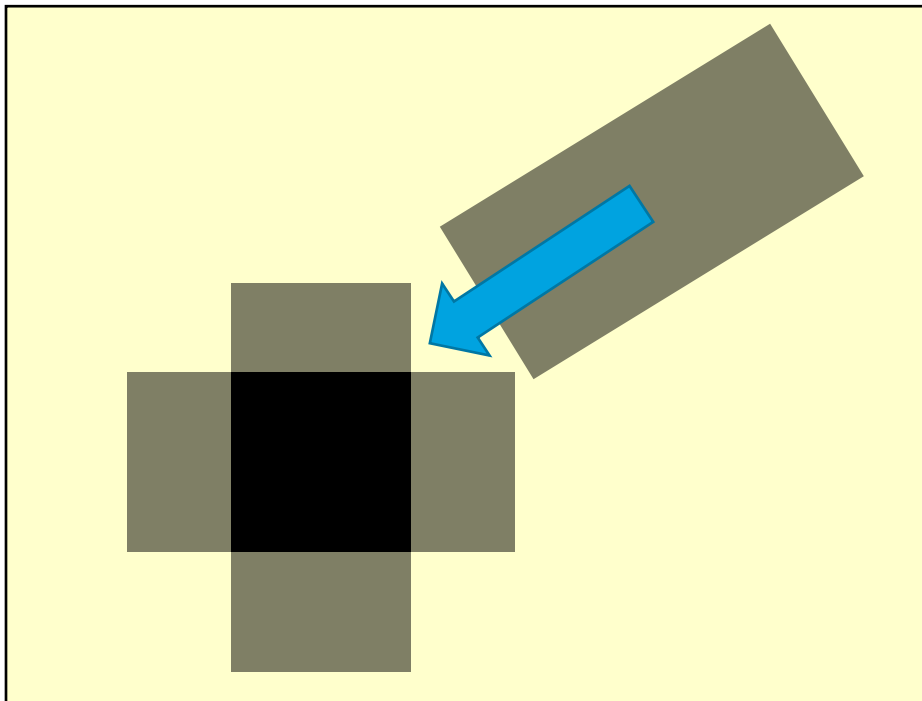
- Egy irány rendelhető a fénynyalábhoz: **polarizációs irány**.



FÉNYPOLARIZÁCIÓ JELENSÉGE

Egy trükkös feladat

Egy téglalap alakú fényforrás.



Merőleges helyzetű polarizátorlemezek közé becsúsztatok egy harmadikat, ferdén.

Mi fog történni?

- a) Nem lesz áthaladó fény, hiszen eddig sem volt.
- b) Lesz áthaladó fény, mert _____
- c) Valami más fog történni: _____.

A legtöbb **diák**:

„Az (a) a helyes válasz.”

Tanár:

„A (b) a helyes válasz”.

A diákok ösztönösen keverik a fényerősség és polarizáció fogalmát.

Mert a polarizációra a fényerősség megváltozásából következtetünk.

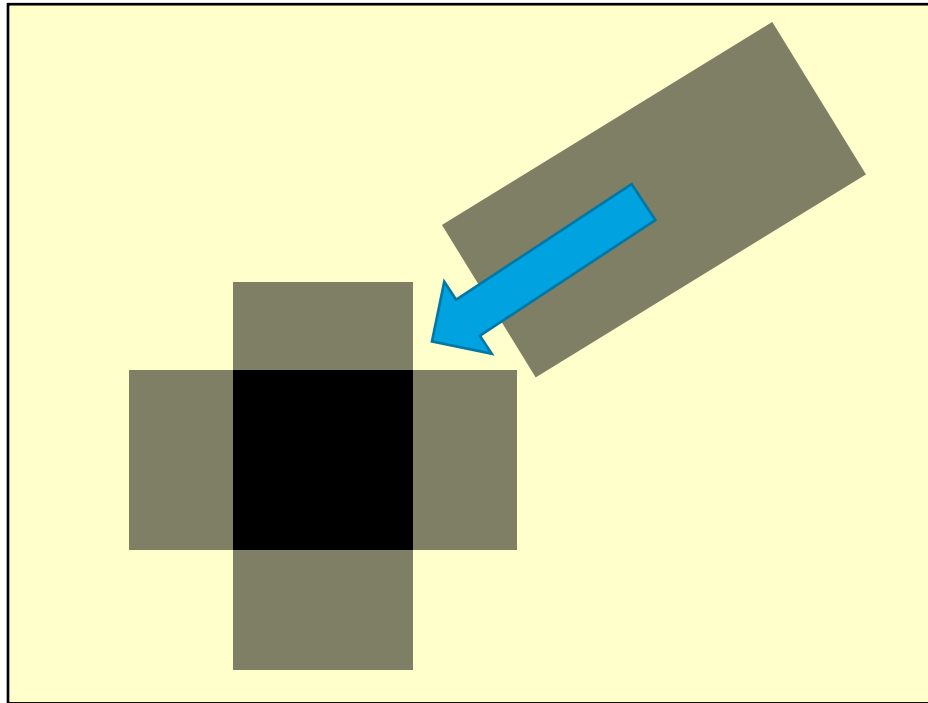
Meg kell tanulnunk, hogy a polarizációra külön oda kell figyelni.

Ezért kell 3 polarizátorlemez és 2 fényszűrő a tanuláshoz.

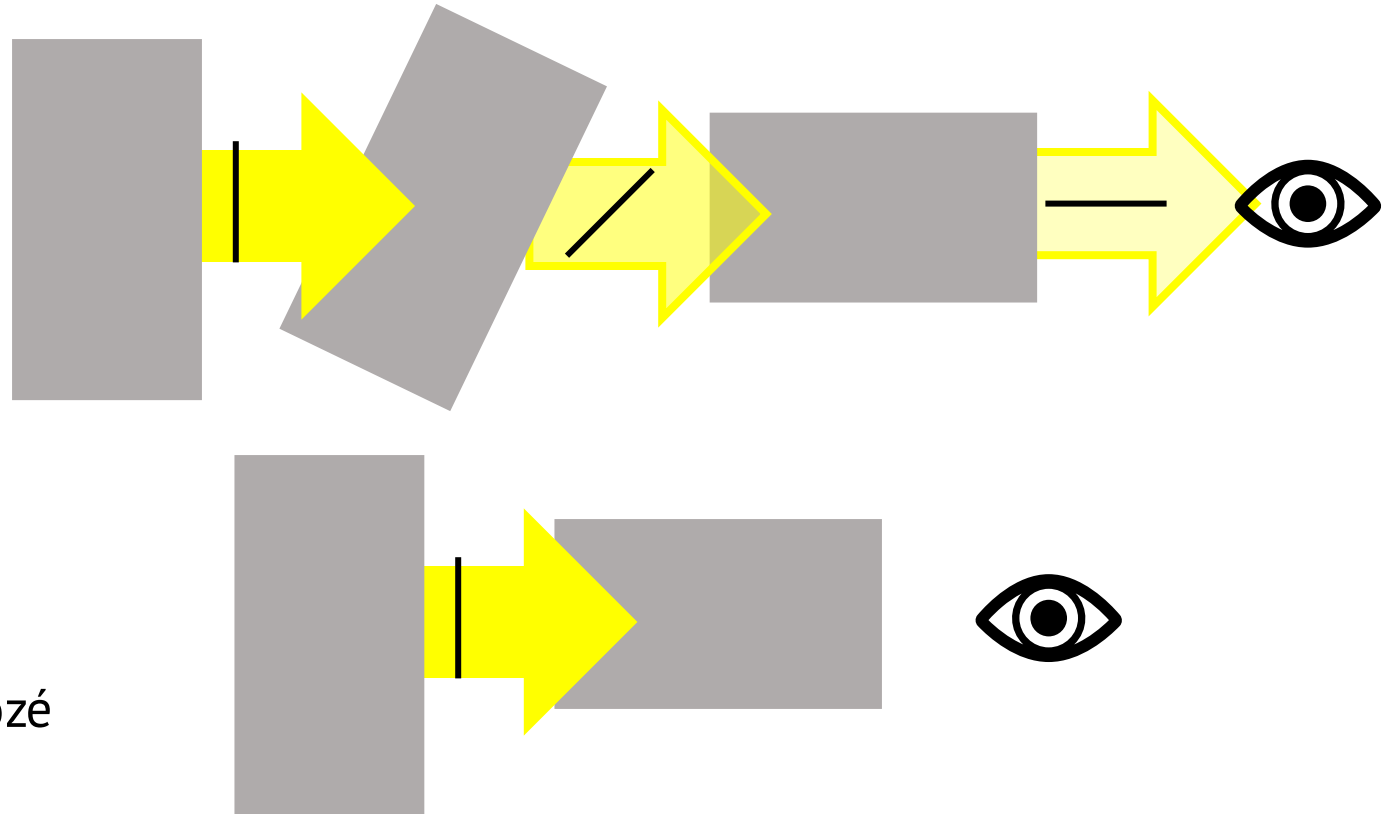
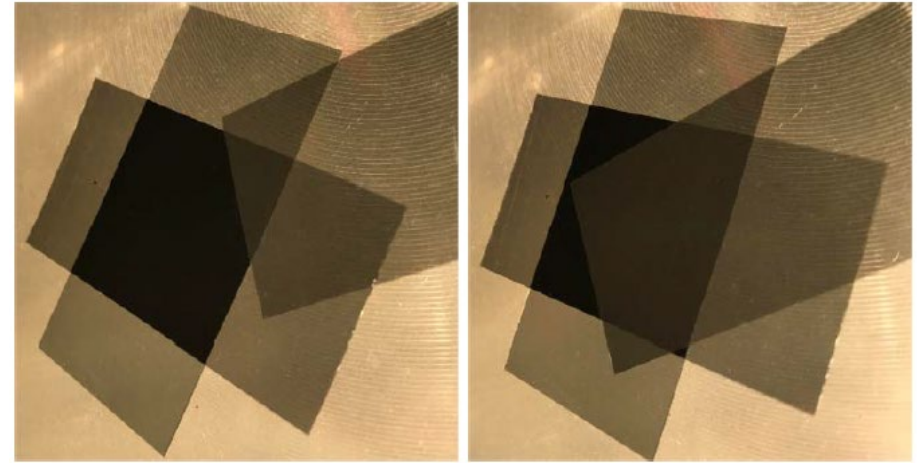
FÉNYPOLARIZÁCIÓ JELENSÉGE

Pár trükkös feladat

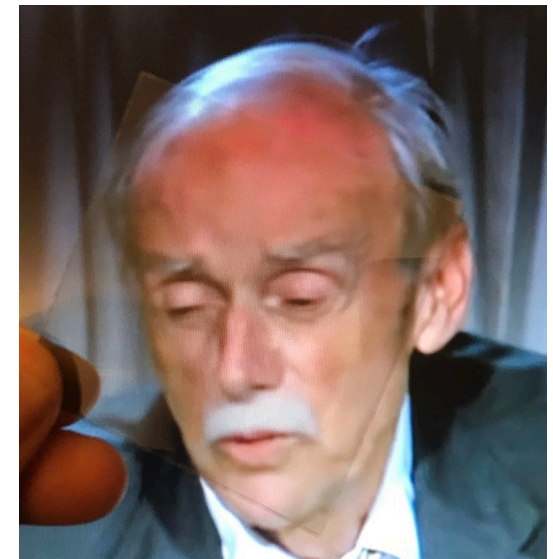
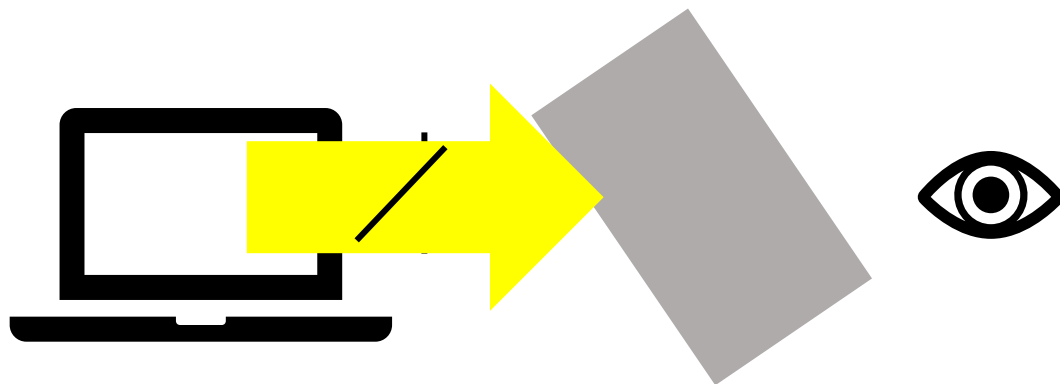
Egy téglalap alakú fényforrás.



Merőleges helyzetű polarizátorlemezek közé becsúsztatok egy harmadikat, ferdén.



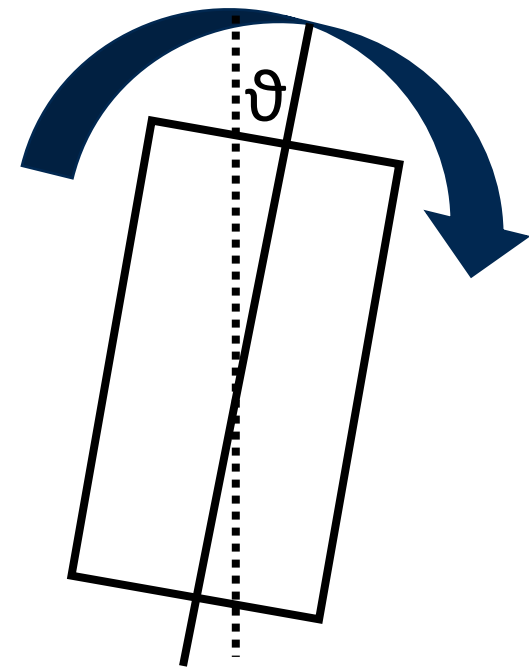
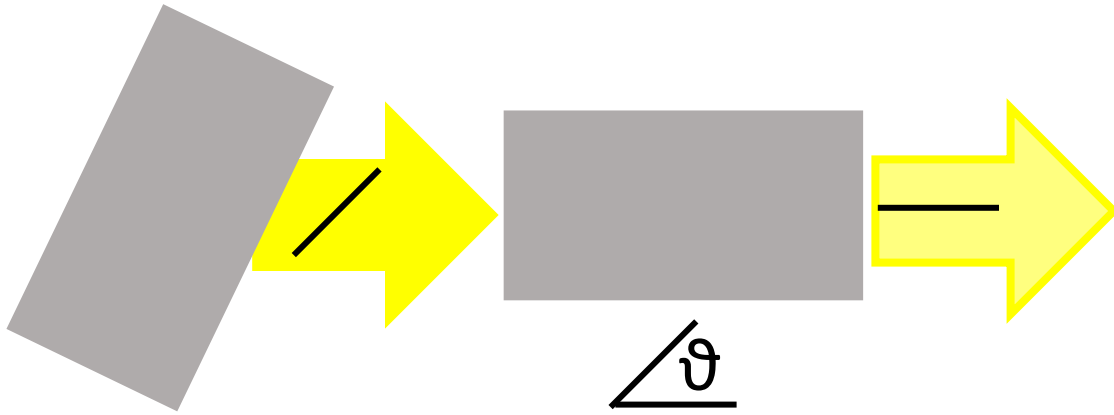
POLARIZÁLT-E A FÉNY?



A FÉNYPOLARIZÁCIÓ SZÁMSZERŰSÍTÉSE

A Malus-törvény

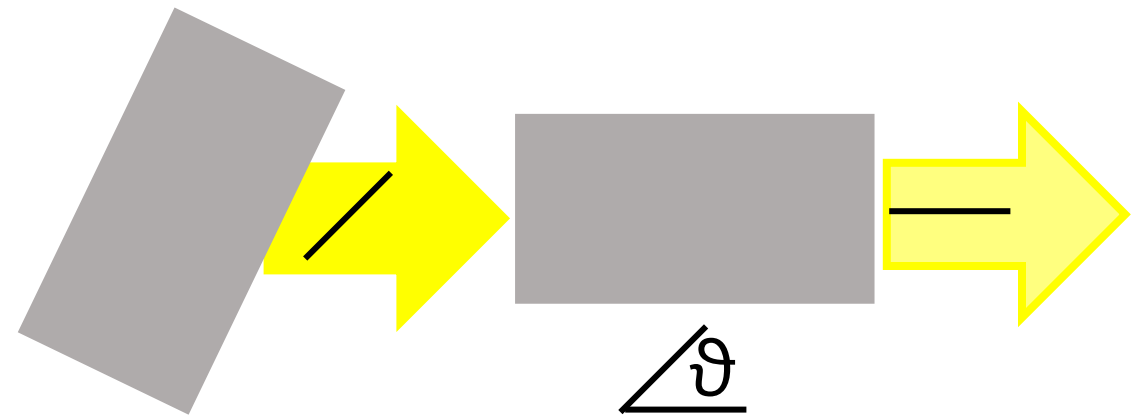
- Számszerűen hogyan változik a fényerősség a polarizáció szögváltozásának függvényében?
- Méréshez szükséges eszközök: laptop (PPT), 1 db polarizátorlemez, telefon és telefonos app.



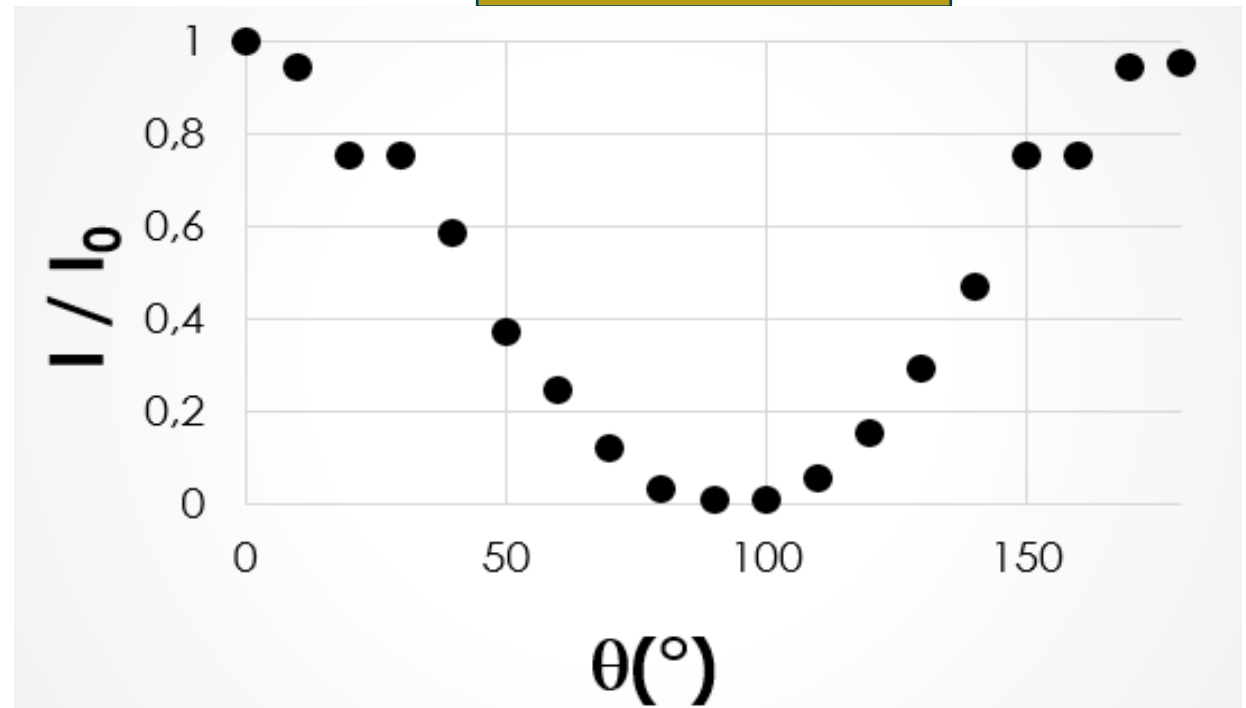
A MALUS-TÖRVÉNY

ideális polarizátorlemezekre...

A ϑ forgatás mértéke (°)	Az I mért fényerősség (Lux)
0	963
15	963
30	769
45	509
60	234
75	52
90	7

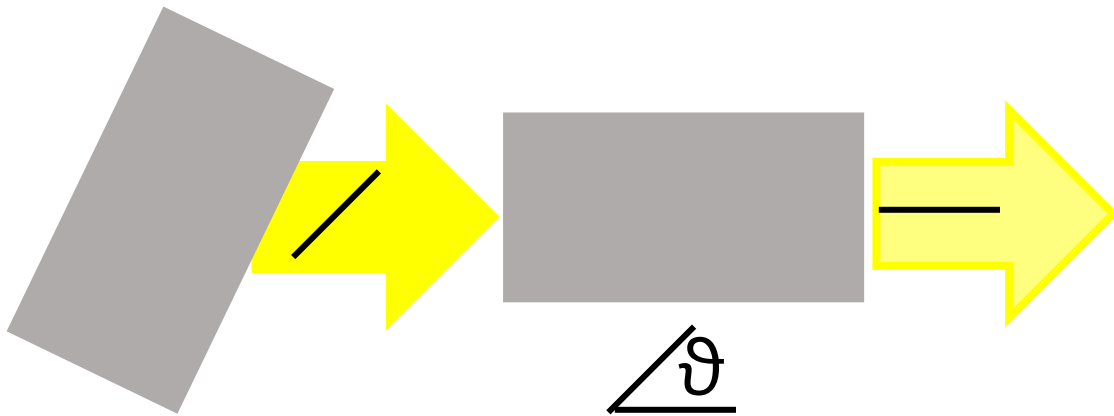


$$I = I_0 \cdot \cos^2 \vartheta$$



A MALUS-TÖRVÉNY SZÖGFÜGGVÉNYEK NÉLKÜL

ideális polarizátorlemezekre...



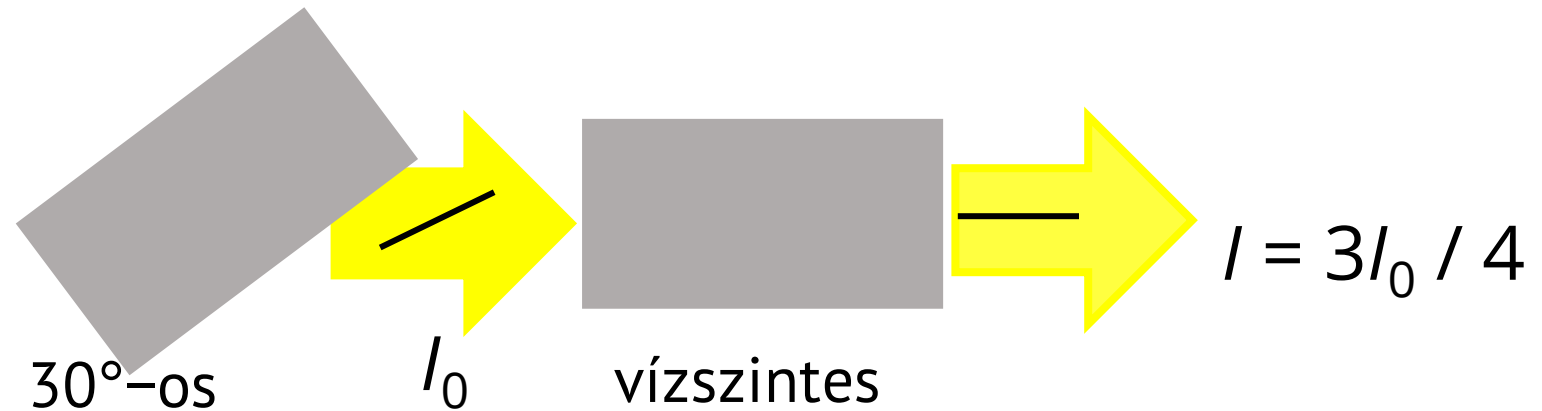
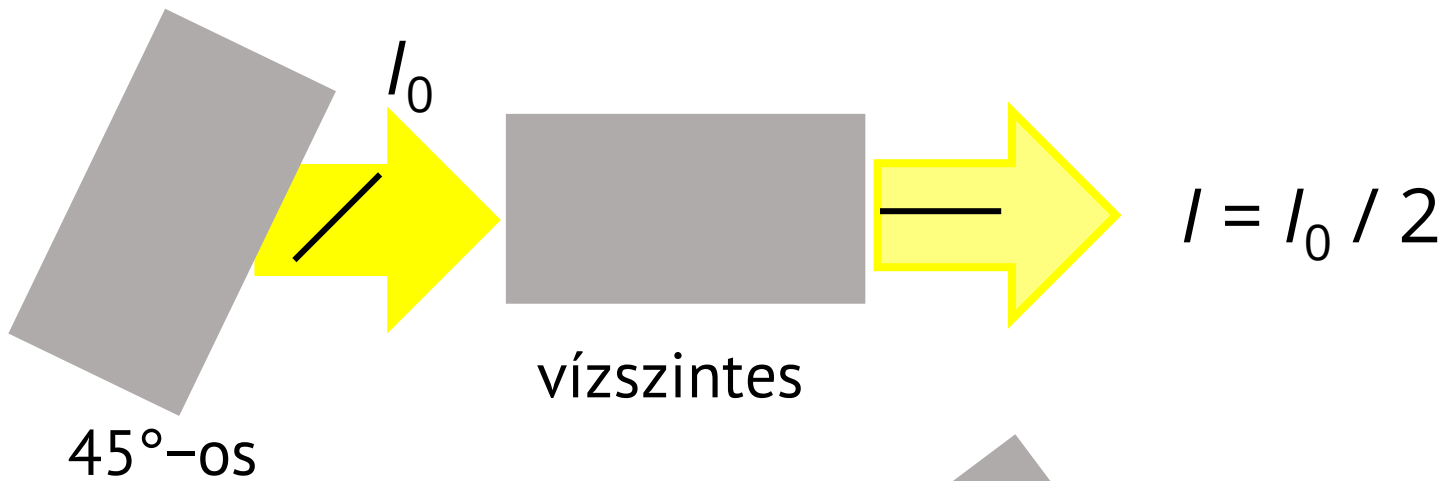
$$I = I_0 \cdot \cos^2 \vartheta$$

A ϑ forgatás mértéke (°)	I/I_0
0	~1
30	~3/4
45	~1/2
60	~1/4
90	~0

Mivel a szögfüggvények nem a tananyag részei, ezért táblázatot használunk.

A MALUS-TÖRVÉNY

Gyakorlás

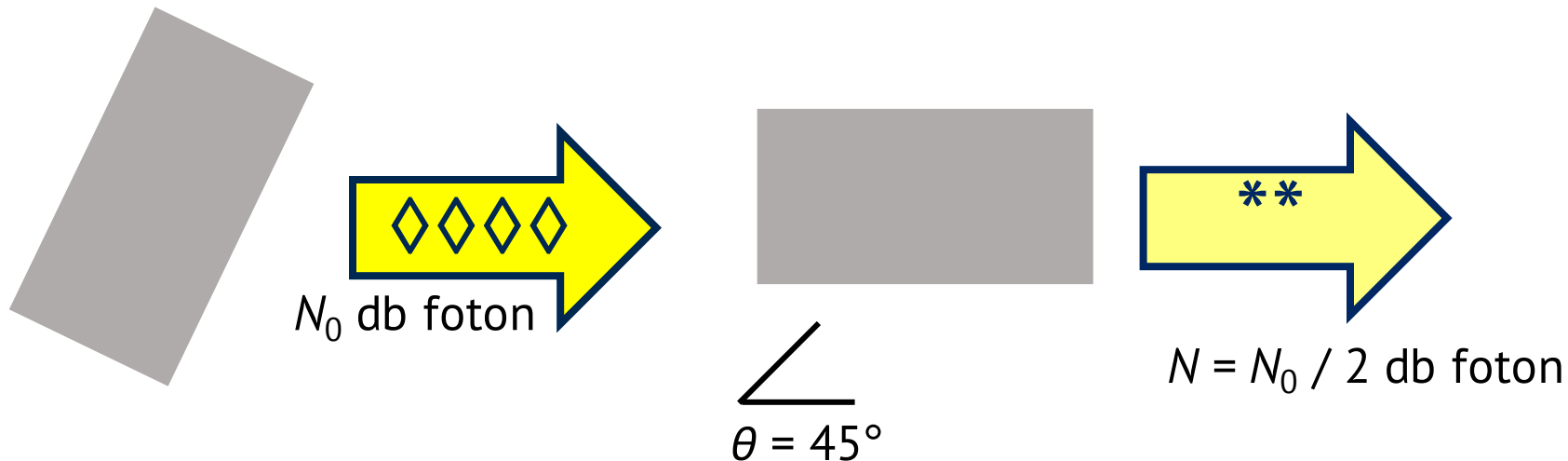


ϑ (°)	I/I_0
0	1
30	3/4
45	1/2
60	1/4
90	0

A KVANTUMMECHANIKA BEVEZETÉSE

Fotonkép

- Fogadjuk el azt a tényt, hogy a fény **fotonokból** áll (Einstein).
- A **fényerősség** arányos a **fotonok számával** (egyszínű fény).
- A fotonok **oszthatatlanok** és **megkülönböztethetetlenek**.
- **Malus-törvény** új jelentése: **a fotonok hányadrésze halad át.**



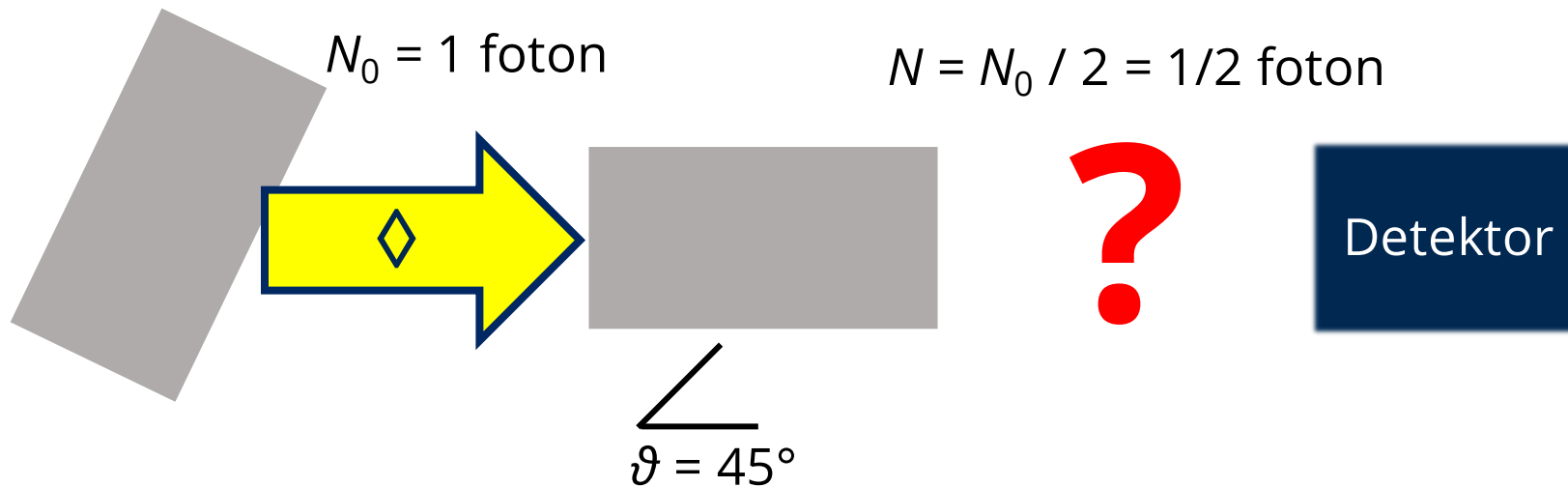
ϑ (°)	I/I_0	N/N_0
0	1	1
30	3/4	3/4
45	1/2	1/2
60	1/4	1/4
90	0	0

Polarizáció	Jelölés
Vízszintes	*
45°-os	◇
Függőleges	△

A MALUS-TÖRVÉNY ÉRVÉNYESSÉGI KÖRE

- Mi történne, ha annyira **alacsony** a fényerősség, hogy **egyszerre csak egyedüli fotonok** esnek a polarizátorlemezre? (Egyfoton-forrás.)
- A Malus-törvény értelmében **az egyedüli fotonok fele** haladna át.
- Ez ellentmond a fotonok **oszthatatlanságának**.

ϑ (°)	N/N_0
0	1
30	3/4
45	1/2
60	1/4
90	0



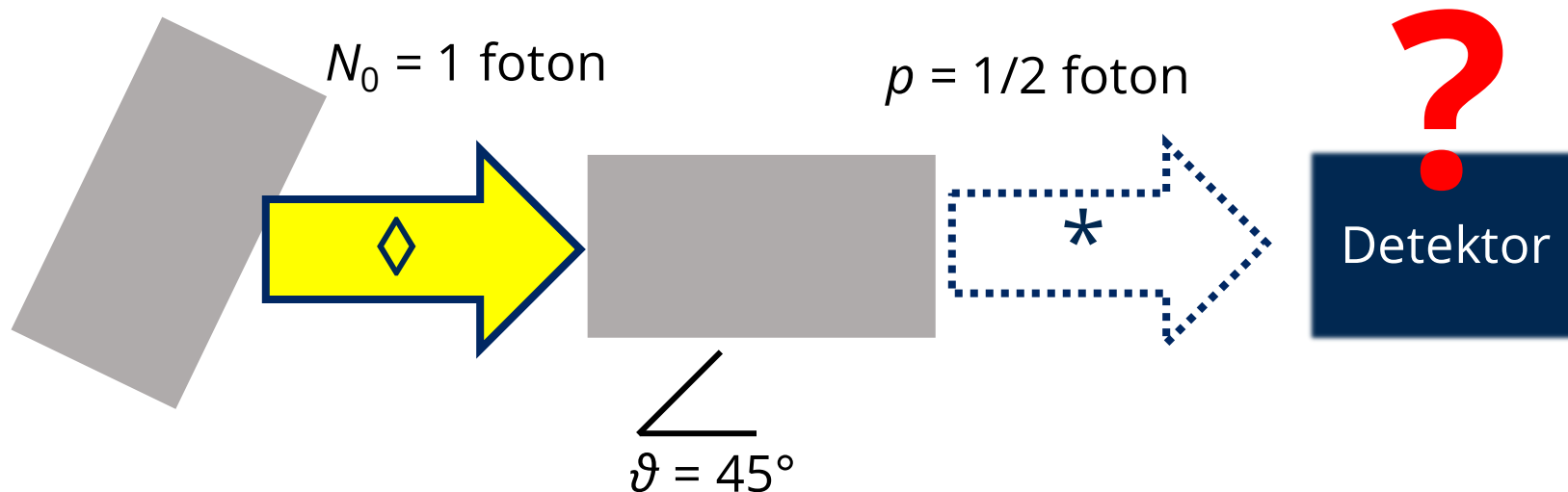
Polarizáció	Jelölés
Vízszintes	*
45°-os	◇
Függőleges	△

A MALUS-TÖRVÉNY ÉRVÉNYESSÉGI KÖRE

A valószínűségi törvény

- Elérkeztünk a Malus-törvény **érvényességi határához**.
- Bohr-szellemisége: **korrespondencia-elv**.
- Ötlet: **valószínűségi értelmezés**.
- Nagy fotonszámra ez determinisztikus (**statisztikus determinizmus**): az egyedi kísérletek nem, de **az eloszlás** (nagy számú mérés) **megjósolható**.

ϑ (°)	N/N_0
0	1
30	3/4
45	1/2
60	1/4
90	0



Polarizáció	Jelölés
Vízszintes	*
45°-os	◇
Függőleges	△

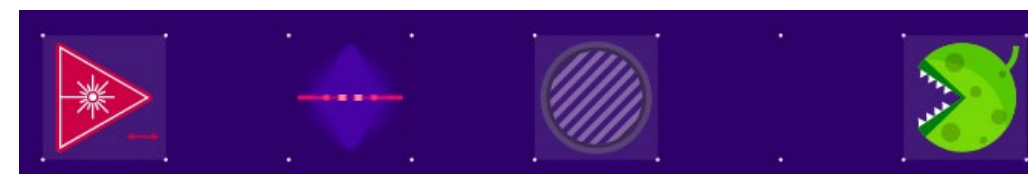
KVANTUMSTATISZTIKA

Polarizáció	Jelölés
Vízszintes	*
45°-os	◇
Függőleges	Δ

ϑ (°)	$p = N/N_0$
0	1
30	3/4
45	1/2
60	1/4
90	0

45°-osan polarizált fotonok esnek egy vízszintes polarizátorlemezre.

- Mekkora az egyedüli fotonok áthaladásának valószínűsége? $p = 1/2$.
- Ha 10 foton együttese esik ugyanerre a polarizátorlemezre, akkor hány foton fog áthaladni? **Nem tudjuk. A várt fotonszám: 5. A kísérleti (pl) eredmény 6.**
- A **relatív gyakoriság** (6/10) ingadozik a **valószínűség** körül.
- Minél nagyobb a fotonszám, annál pontosabb lehet a jóslatunk.

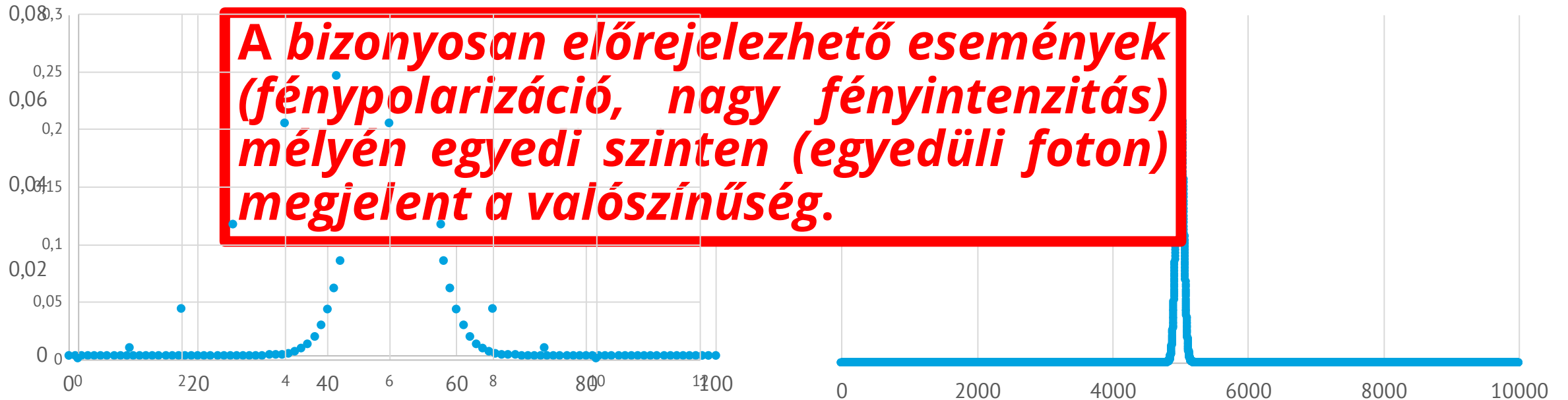


lab.quantumflytrap.com



KVANTUMSTATISZTIKA

- $N = 10, 100$ és 10000 darab 45° -osan polarizált **fotonból** (\diamond) hány halad át egy **vízszintes** irányú polarizátorlemezen.
- Az $N/2$ várható értéktől való szórás $\sqrt{N}/2 \rightarrow$ Csökken az eloszlás szélessége.



MI A VALÓSZÍNŰSÉG OKA?

1. A megkevert kártyapakli legfelső lapjának a színe.

Nem tudjuk a lapok sorrendjét → információhiány...

Vajon az „Öregnek” is szüksége van valószínűségekre?



*Az „Öregnek”
korábban sosem
volt szüksége
valószínűségekre.*

**Vajon a foton esetén
mi a helyzet?**

„A kvantummechanika kifejezetten impozáns. De egy belső hangocska nekem azt súgja, hogy még nem az igazi. A teória sokat elárul, de igazán nem visz minket közelebb az „öreg” titkaihoz. Mindenesetre, meggyőződésem, hogy ő nem dobál kockákat.”

HIPOTÉZISEK A VALÓSZÍNŰSÉG ELKERÜLÉSÉRE

A statisztikus keveredés hipotézise

- A foton polarizációja \leftrightarrow a megkevert kártyapakli legfelső lapjának színe.

Fotonok esése polarizátorlemezre

- Két lehetséges kimenetel: áthaladás, elnyelődés.

Hipotézis:

- Legyen itt is a valószínűség oka a tudáshiány.
- Legyenek a fotonok eredendően úgy polarizáltak, hogy az a biztos áthaladásnak és a biztos elnyelődésnek megfeleljen.

Kártyapakli legfelső lapjának színe

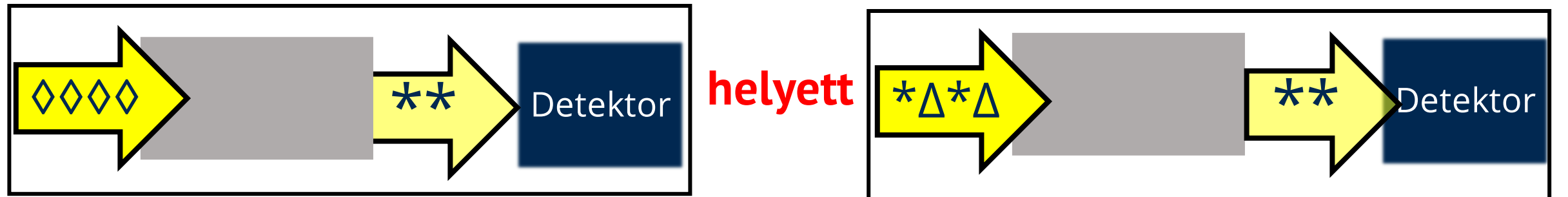
- Kit lehetséges kimenetel van: **piros** vagy **fekete**.
- Ezek húzási esélye $1/2$, mert ugyanolyan arányban van a két szín.
- A valószínűség oka a tudáshiány.
- A kártyának a mérés előtt is volt színe, csak mi azt nem tudtuk.

HIPOTÉZISEK A VALÓSZÍNŰSÉG ELKERÜLÉSÉRE

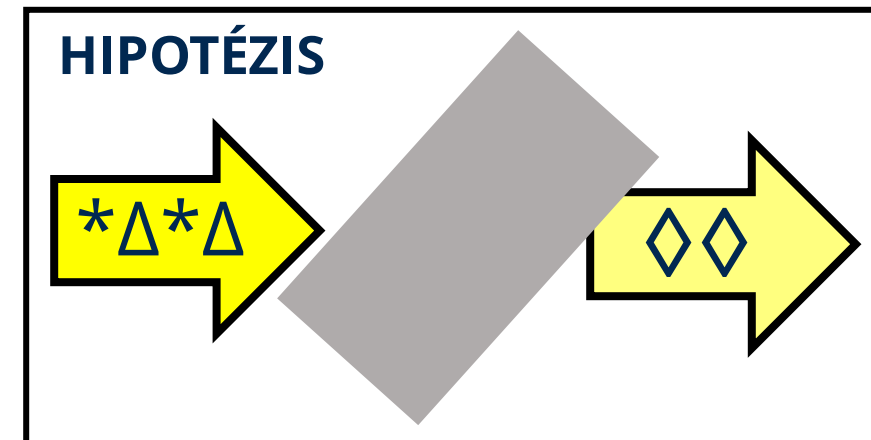
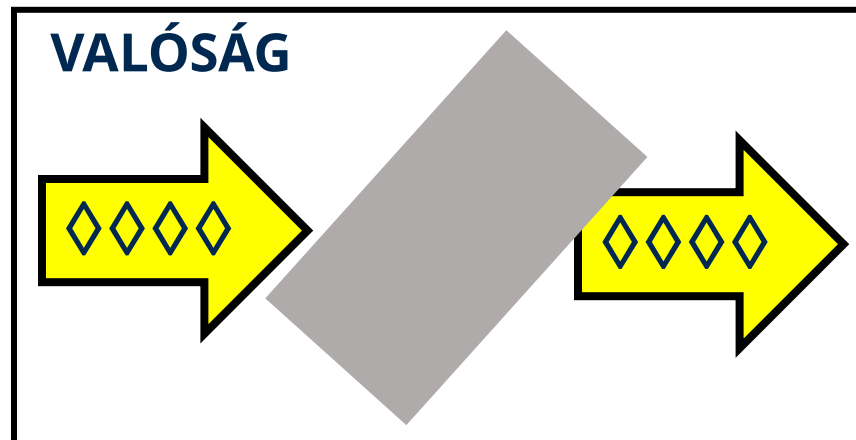
A statisztikus keveredés hipotézise

Polarizáció	Jelölés
Vízszintes	*
45°-os	◇
Függőleges	△

- Észrevétel: a hipotézis visszaadja a klasszikus Malus-törvényt.
- Szimbólumokkal: ◇◇◇◇ = *△*△



CÁFOLAT



HIPOTÉZISEK A VALÓSZÍNŰSÉG ELKERÜLÉSÉRE

Még nem vagyunk kész...

- Az előbb bemutatott hipotézis a diákok egyik ösztönös képzelete.
- Ők is rájönnek: ez még nem zárja ki a rejtett paramétereket.
- Lehetne bonyolultabb rejtett paraméteres hipotézist alkotni, ahol a polarizátorlemezek sorrendje is a rejtett paraméterek része.
- Ez az új hipotézis is cáfolható.

A **2022-es Fizikai Nobel-díj** már elég erős bizonyíték.
Fogadjuk el, hogy **létezik belső dinamikából adódó véletlen**.
A **valószínűségek** használata **természeti törvény**.

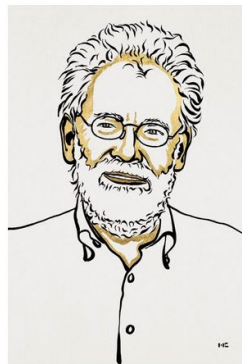
The Nobel Prize in Physics 2022



III. Niklas Elmehed © Nobel Prize Outreach
Alain Aspect
Prize share: 1/3



III. Niklas Elmehed © Nobel Prize Outreach
John F. Clauser
Prize share: 1/3

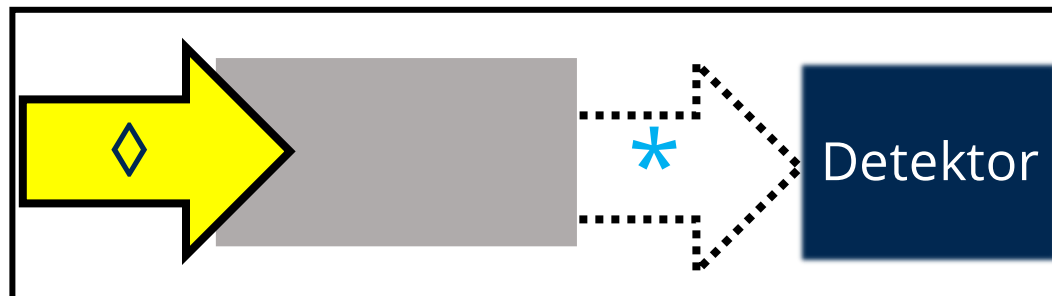


III. Niklas Elmehed © Nobel Prize Outreach
Anton Zeilinger
Prize share: 1/3

A KVANTUMOS VALÓSZÍNŰSÉG „OKA”

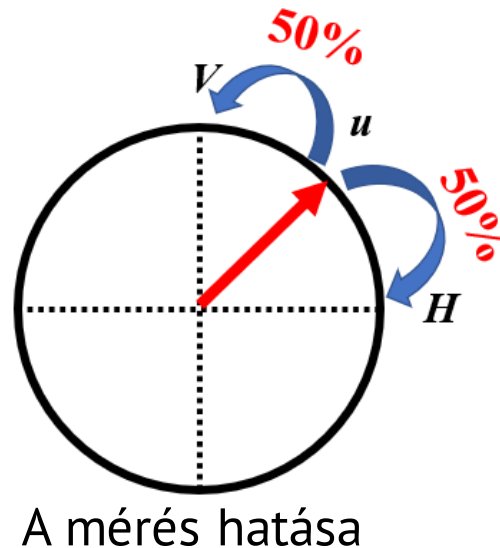
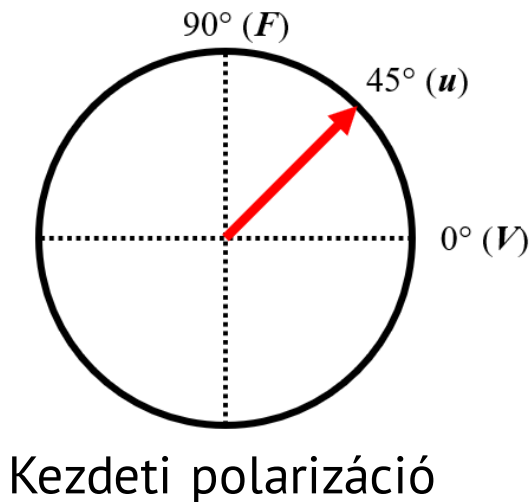
A szuperpozíció elve

- A 45° -osan polarizált fotonok létezése **nem kerülhető meg**.
- Ezen fotonok léte **kvantummechanikai kuriózum**, mert ez okozza a valószínűségi leírást.
- A kártyalapok **nem** lehetnek „ 45° -osan polarizáltak”.
- *Nem csak a mérhető polarizációk lehetségesek, hanem a mérhető polarizációk „közöttiek” is.*
- Ezt nevezzük kvantummechanikai **szuperpozíció elvének**.
- A 45° -osan polarizált foton tehát egy **szuperponált foton**. Létük a valószínűség „oka”.

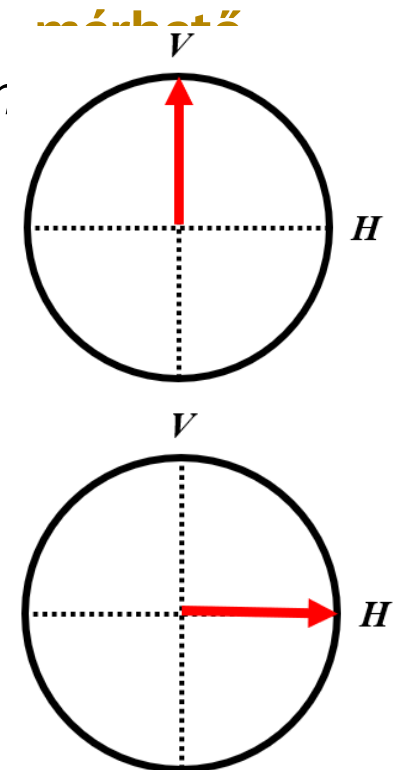


A KVANTUMMECHANIKAI MÉRÉS

- Végig **ideális** mérőeszközökkel foglalkoztunk (polarizátorlemez, detektor).
- Ekkor is szükség volt **valószínűségre**. Ekkor is volt a **mérésnek hatása**.
- A kvantummechanikai **mérés belekényszeríti** a fotonokat valamelyik **állapotba** (**vízszintes** polarizáció (áthaladás) vagy **függőleges** polarizáció (elr.
- **A szuperpozíció összeomlik.**



A mérés utáni polarizáció



A NEGATÍV ELŐÍTÉLET

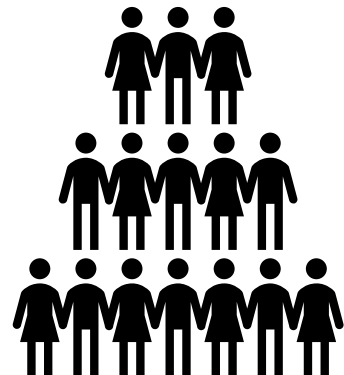
- A diákok szemében a valószínűségi leírás egy hiányos leírás.
- Akkor használjuk, ha valamit nem tudunk biztosan.
- Az ember ezért negatívan viszonyul a valószínűségekhez.

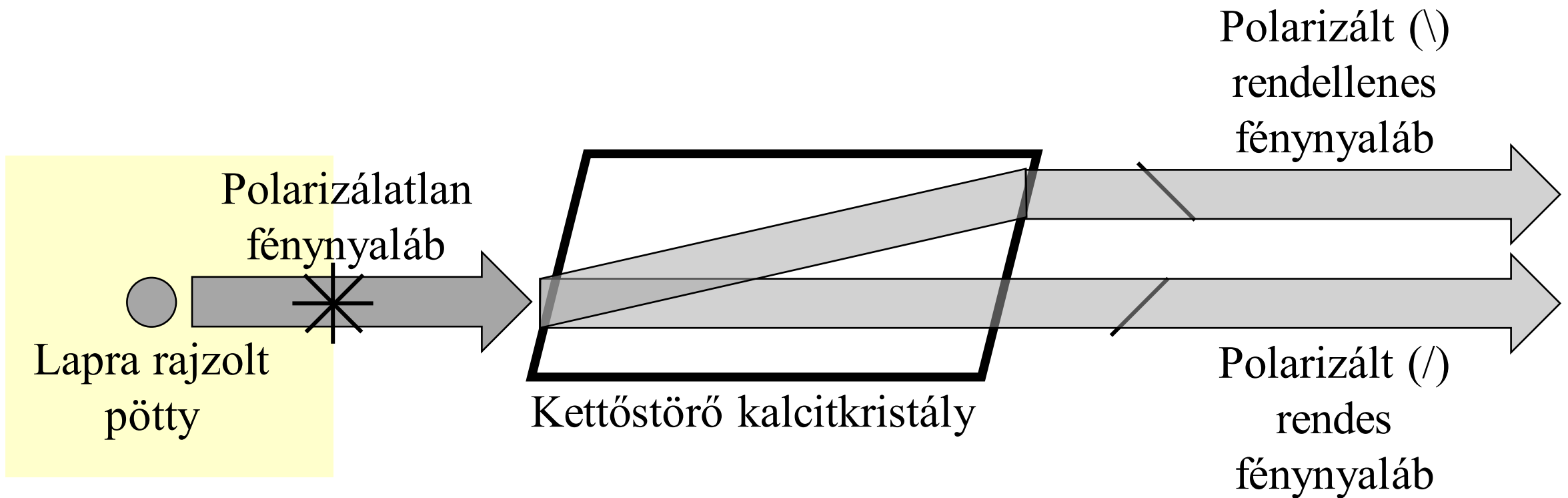
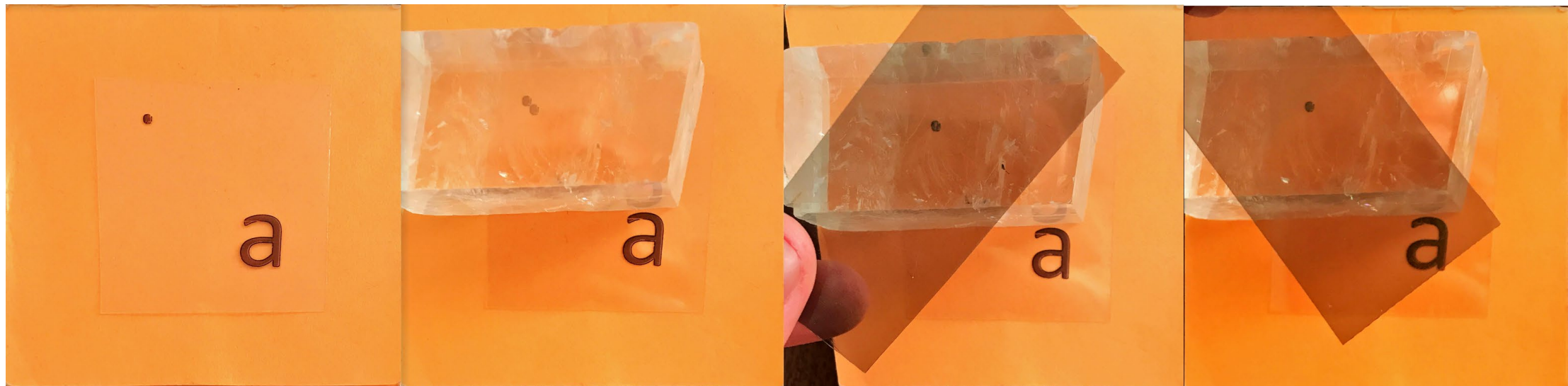
A KVANTUMOS VALÓSZÍNŰSÉGEK „OKA” A SZUPERPOZÍCIÓ

- A **kártyalap** a fotonokhoz képest **korlátozott** világban él, mert nem lehet a **fekete** és a **piros** színek „között”, azok szuperpozíciójában.
- A fotonok állapottere bővebb.
- *Mérhetek olyan tulajdonságot, amellyel a foton eredetileg nem is rendelkezett (határozatlansági elv).*
- A szuperpozíció tele van **lehetőségekkel** (pl: kvantum-információelmélet).
- *Miért fosztana meg minket az „Öreg” ezen csodálatos lehetőségektől?*

„Az Öreg nem kockázik”.

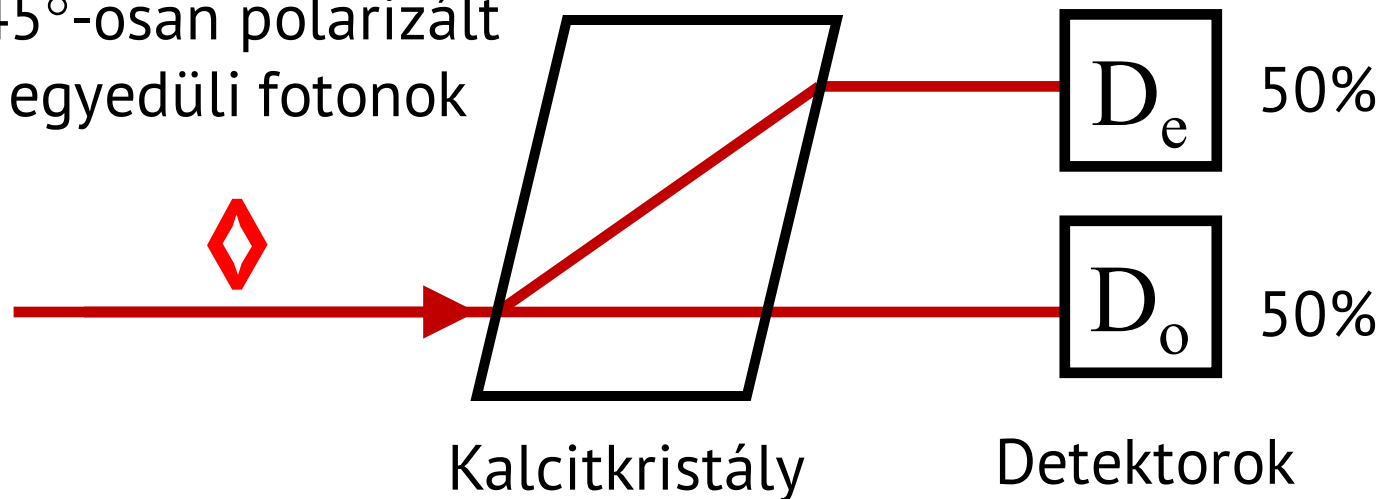
Az Öreg igenis szeret kockával játszani, sőt talán éppen ez a kedvenc játékszere.





AZ EGYEDÜLI FOTONOK HATÁROZATLAN PÁLYÁJA

45°-osan polarizált
egyedüli fotonok

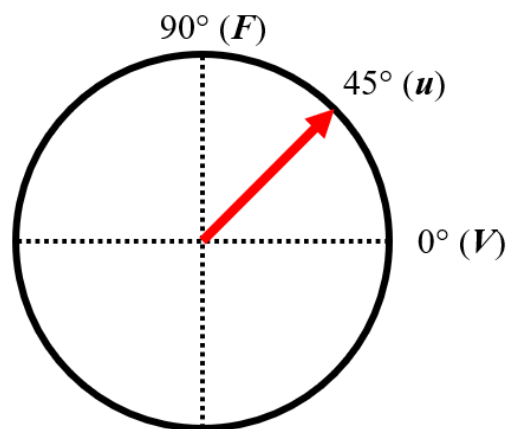


Függőleges polarizáció

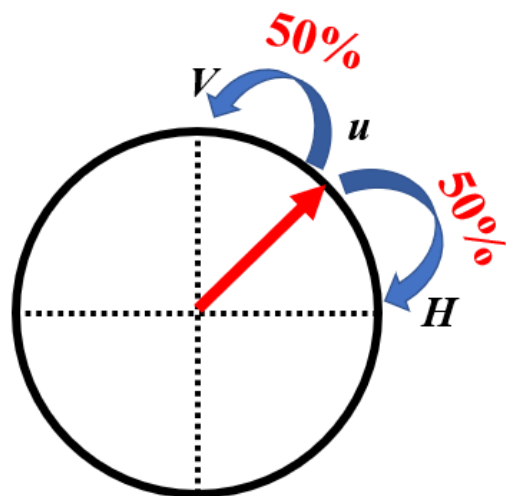
Vízszintes polarizáció

Kalcitkristály

Detektorok

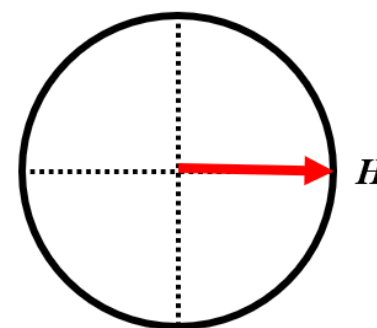
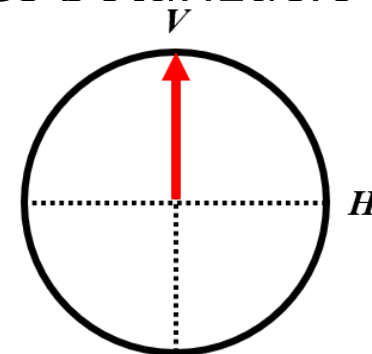


Kezdeti polarizáció



A mérés hatása

A mérés utáni
polarizáció



A TANULTAK ÖSSZEFOGLALÁSA

- **Fénypolarizáció.**
- A fotonok léte (**kvantáltság**).
- **Valószínűség-törvény.**
- **Statisztikai fogalmak:** valószínűség, relatív gyakoriság, várható érték, mért átlag, nagy számok törvénye.
- Korrespondencia-elv.
- **Szuperpozíció.**
- **Határozatlansági elv.**
- **Kvantummechanikai mérés.**
- Állapotkör.

TOVÁBBLÉPÉSI LEHETŐSÉGEK

- Az eseményekhez **sajátértékek** rendelése.
- Polarizációs **állapotvektor**.
- **Lineárkombináció** (szuperpozíció elve).
- **Operátorok**.
- **Qubit**, kvantum-számítástechnika.
- Kvantumos **algoritmusok**, kvantum **titkosítás**.
- **Cirkuláris** polarizáció (komplex számok).



Javasolt irodalom (**fénypolarizáció**):

1. Tóth K, Micheleni M & Bitzenbauer P. Exploring the effect of a phenomenological teaching-learning sequence on lower secondary school students' views of light polarisation. *Phys. Educ.* 2024. 59 035009

Javasolt irodalom (**kvantummechanika**):

1. Tóth K 2021 Modell kvantummechanika középiskolában. *Fizikai Szemle* 71/6 209-214.
2. Tóth K 2021 A kvantum-határozatlanság a kvantummechanika fénypolarizációs modelljében. *Fizikai Szemle* 71/10 349-355.
3. Tóth K 2023 Gondolkodás a kvantummechanikai valószínűségekről középiskolában. *Fizikai Szemle*. Kézirat
4. Micheleni M, Stefanel A and Tóth K 2022 *Educ. Sci.* 12 606
5. Tóth K, Micheleni M & Bitzenbauer P. From light polarisation to quantum physics: Supporting lower secondary school students' transition from gestalt to functional thinking. Manuscript.
6. Tóth, K.; & Tél, T. Quantum Uncertainty: What to teach? *Phys. Educ.* 2023. 58 025019

Javasolt irodalom (**kvantum-számítástechnika**):

1. <https://www.st-andrews.ac.uk/physics/quvis/>
2. <https://lab.quantumflytrap.com/>
3. Bernhardt C 2019 *Quantum Computing for Everyone* (London: MIT Press)